1. Der Funktionsbegriff

1.1. Mathematische Fachbegriffe

1. **Wertetabelle und Funktionsgraph**

   Gegeben ist $y = f(x) = \dfrac{2x}{x^2+1}$.
   Erstelle eine Wertetabelle für die ganzzahligen x-Werte im Bereich $-4 \leq x \leq 4$ und skizziere den Funktionsgraphen.

1.2. Sorten von Funktionen

1. **Erkennen von Funktionen**

   Was für eine Funktion ist es? Anschlussfrage: Falls es eine lineare oder quadratische Funktion ist: Wie sieht der Funktionsgraph aus?

   a) $y = f(x) = 3x - 7$
   b) $y = f(x) = x^2 - 4x - 7$
   c) $y = f(x) = \dfrac{3}{x^2}$
   d) $y = f(x) = \dfrac{x^2}{3}$
   e) $y = f(x) = 3^x$
   f) $y = f(x) = 6 - \dfrac{x}{6}$
   g) $y = f(x) = 1 - x^2$
   h) $y = f(x) = \sqrt{9 - x^2}$

1.3. Grundaufgaben zu Funktionen

1. **Funktionswerte**

   Gegeben ist $y = f(x) = \sqrt{x+1}$.
   Bestimme $f(8)$, $f(-\frac{3}{4})$ und $f(t^2 - 1)$.

2. **Argumente**

   a) Gegeben ist die Funktion $y = x^3 - 4$. Für welche Werte x gilt $f(x) = 20$?
   b) Betrachte $y = f(x) = \dfrac{2x}{x^2+1}$. An welchen Stellen ist $f(x) = \frac{1}{2}$?
   c) $y = f(x) = \dfrac{2x}{x^2+1}$. Für welche Werte x gilt $f(x) = 2$?
   d) (Mit CAS-Einsatz): $y = f(x) = x^3 - 4x + 1$. Für welche Werte x gilt $f(x) = 2$?
   e) (Mit CAS-Einsatz): $y = f(x) = \dfrac{x^3}{x^2+1}$. An welchen Stellen ist $f(x) = 4$?

3. **Schnittpunkte**
   Bestimme die Koordinaten der Schnittpunkte.

   a) $y = f_1(x) = \sqrt{x+1}$, $y = f_2(x) = 2 \cdot \sqrt{x}$
   b) $y = f_1(x) = 4 \cdot 2^x$, $y = f_2(x) = 3^x$
   c) (Mit CAS-Einsatz): $y = f_1(x) = x^2 - x + 2$, $y = f_2(x) = 2^x$

4. **Nullstellen**
   Bestimme die Nullstellen der gegebenen Funktion.

   a) $y = f(x) = x^3 - 3x$
   b) $y = f(x) = x \cdot \sqrt{5 - x^2}$
   c) $y = f(x) = x^2 + 2$

5. **Spezielle Punkte (Aus einer Prüfung)**
   Löse ohne Taschenrechner.

   a) Bestimme alle Nullstellen (Koordinaten der Punkte!) der Funktion $y = f(x) = x^4 - x^3 - \frac{3}{4}x^2$.
   b) Bestimme die Koordinaten der Schnittpunkte der Geraden $y = 2x + 12$ mit der Parabel $y = x^2 - x - 16$.

6. **Parameter bestimmen**
   a) $y = f(x) = b^x$ geht durch $(\,5\,|\,0.5\,)$. Wie gross ist b?
   b) $y = f(x) = a \cdot x^n$ geht durch $(\,1\,|\,3\,)$ und $(\,3\,|\,6\,)$. Bestimme a und n.
   c) Für welche Werte von t geht die Kurve $y = f(x) = t \cdot x^2 - t^2 \cdot x$ durch den Punkt $(\,4\,|\,5\,)$.
   d) Eine Parabel geht durch $(\,-2\,|\,4\,)$, $(\,1\,|\,-1\,)$ und $(\,3\,|\,1\,)$.
   Bestimme ihre Funktionsgleichung.

1.4. Anwendungen

1. **Gasdruck**
   Für den Gasdruck p in einer Kugel (Radius r) gilt: $p = k \cdot r^{-3}$.
   Wie gross ist k, wenn der Funktionsgraph durch $(\,r\,|\,p\,) = (\,3\,|\,5\,)$ geht?

2. **Rampe**
   Eine Rampe überwindet auf einer (horizontal gemessenen) Strecke von 10 m einen Höhenunterschied von 2.5 m.
   Bestimme die Gleichung einer passenden Funktion.

3. **Radioaktivität**

   Ein Physiker misst die Strahlungen zweier radioaktiver Elemente. Das Element A habe zu Beginn des Experiments ($t = 0$) eine Intensität von 1000, das Element B eine solche von 800. Die Halbwertszeit des Elements A beträgt 4 s, diejenige von B sei 5 s.

   a) Bestimme zwei Funktionen, welche die Intensität der Elemente A und B beschreiben. (Man mache den Funktionsansatz $y = a \cdot b^t$)

   b) Zu welcher Zeit sind die beiden Intensitäten gleich?

   c) Angenommen, man könne die Intensität messen, so lange sie grösser ist als 0.001. Wie lange dauert es, bis der Physiker gar nichts mehr messen kann?

4. **Radioaktivität (Aus einer Prüfung)**

   Ein Physiker misst die Intensität der Elemente A und B.
   Vom Element A gilt: Um 10:00 h misst er eine Intensität von 1000 Einheiten, um 10:15 h misst er noch eine Intensität von 900 Einheiten.
   Vom Element B gilt: Um 10:00 h misst er eine Intensität von 800 Einheiten. Die Intensität nimmt pro Minute um 1% ab.

   a) Finde passende Funktionsgleichungen. (Notiere auch: was bedeutet x, was ist y?)

   b) Wann waren die Intensitäten der beiden Elemente gleich gross? Bestimme diese Uhrzeit auf Minuten genau.

5. **Wassertemperatur (Aus einer Prüfung)**

   Mr. X macht Strandferien. Um 13:00 h stellt er ein Glas mit 4 °C kaltem Eistee am Strand hin. Um 13:20 h misst er eine Tee-Temperatur von 12 °C, um 13:40 beträgt die Temperatur des Tees 18 °C.
   Mache einen geschickten Ansatz für eine Exponentialfunktion (Was ist x, was ist y?) und beantworte dann die Fragen:

   a) Wie warm (resp. heiss) ist die Umgebungstemperatur am Strand?

   b) Welche Temperatur weist der Eistee um 13:30 h auf?