

7. Verschiedene Funktionen

7.1. Exponentialfunktionen

1. Technik des Differenzierens

$$a) \quad y' = f'(x) = e^{3x} \cdot \cos(x) + 3e^{3x} \cdot \sin(x)$$

$$y'' = f''(x) = 6e^{3x} \cdot \cos(x) + 8e^{3x} \cdot \sin(x)$$

$$b) \quad y' = f'(x) = 3x^2 \cdot e^x + x^3 \cdot e^x = (x^3 + 3x^2) \cdot e^x$$

$$y'' = f''(x) = (x^3 + 6x^2 + 6x) \cdot e^x$$

2. Kurvendiskussion

$\mathbb{D} = \mathbb{R}$, Asymptote $y = 0$, $N(3|0)$, Minimum $(2 | -e^2)$, $W(1 | -2e)$.

3. Wendetangente

$y = -0.461x - 0.079$ im Wendepunkt $(-0.586 | 0.191)$

4. Schnittwinkel

$$S\left(-\frac{1}{2} \mid e^{-\frac{1}{2}}\right) \quad \alpha = 29.97^\circ$$

5. Wendepunkte (Aus einer Prüfung)

$$a) \quad W(-t - 2 \mid -2e^{-t-2})$$

$$b) \quad t = 2$$

$$c) \quad y = -2e^x$$

6. Kurvenbetrachtungen

$$a) \quad \mathbb{D} = \mathbb{R}, \text{ Asymptote } y = 0, N(1.5 | 0), \text{ Minimum } \left(\frac{1}{2} \mid -2e^{\frac{1}{2}}\right), W\left(-\frac{1}{2} \mid -4e^{-\frac{1}{2}}\right).$$

$$b) \quad y = -2e^{-1} \cdot x - 6e \text{ geht exakt durch den Punkt } (-3 | 0).$$

$$c) \quad y = -2e^x. \text{ Es handelt sich um Minima, weil } y'' > 0 \text{ wird.}$$

$$d) \quad t_1 = 0, t_2 = 8.$$

7. Maximale Fläche

$$P(3.196 \mid 1.777), F_{max} = 5.678.$$

7.2. Die natürliche Logarithmusfunktion

1. Technik des Differenzierens

Bestimme die ersten beiden Ableitungen ohne Taschenrechner

$$\text{a) } y' = f'(x) = \frac{2x + 1}{(x^2 + x + 1)}$$

$$y'' = f''(x) = \frac{-2x^2 - 2x + 1}{(x^2 + x + 1)^2}$$

$$\text{b) } y' = f'(x) = 3x^2 \cdot \ln(x^2 + \pi) + x^3 \cdot \frac{2x}{(x^2 + \pi)}$$

$$y'' = f''(x) = 6x \cdot \ln(x^2 + \pi) + 3x^2 \cdot \frac{2x}{x^2 + \pi} + \frac{4x^5 + 8x^3\pi}{(x^2 + \pi)^2}$$

2. Kurvendiskussion

$\mathbb{D} = \mathbb{R}$, gerade Funktion (achsensymmetrisch), keine Asymptoten,
Minimum $(0 \mid \ln(4))$, $W(\pm 2 \mid \ln(8))$

3. Kürzester Abstand

$$\left(\frac{1}{4} \mid \ln\left(\frac{1}{4}\right)\right)$$

4. Schnittwinkel (Aus einer Prüfung)

$$\text{a) } P\left(\frac{1}{2} \mid 0\right), \alpha = 64.435^\circ$$

$$\text{b) } t = \frac{5}{8}, P\left(\frac{\sqrt{3}}{4} \mid 0\right)$$

7.3. Trigonometrische Funktionen

1. Technik des Differenzierens

$$\text{a) } y' = \frac{1}{\tan^2(x)} = 1 + \cos^2(x)$$

$$\text{b) } y' = 12 \cdot \cos(4x + 5)$$

$$\text{c) } y' = 4 \cdot (\sin(x^2) + \pi \cdot x)^3 \cdot (\cos(x^2) \cdot 2x + \pi)$$

2. Extremalwertaufgabe (Aus einer Prüfung)

$$\text{a) } \alpha = 45^\circ$$

$$\text{b) } \alpha = 54.74^\circ, V_{max} = 806.13$$

Hinweis: Es sind zwei Kegel. Für beide Teilaufgaben kann man für x die Höhe des Dreiecks verwenden.