

# Kombinatorik

## 1. Summen- und Produktregel

### 1. Beispiel

Aus den Buchstaben  $E$ ,  $I$ ,  $B$  und  $L$  sollen vierbuchstabige Wörter gebildet werden.

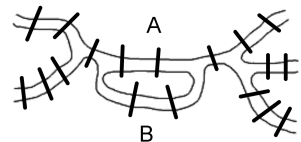

Wie viele Wörter sind möglich? Begründungen dazu?


### 2. Bemerkungen

Kombinatorik handelt vom Abzählen von Möglichkeiten. Es muss daher stets klargestellt sein, welche Möglichkeiten bei einer Aufgabe zugelassen sind und welche nicht. Für eine Anzahl Möglichkeiten ist das Ergebnis normalerweise eine natürliche Zahl. Das ganze Kapitel der Kombinatorik stützt sich auf nur zwei grundlegende Zählregeln.

### 3. Beispiel

Die Figur zeigt die Brücken einer Stadt. Jemand will von A nach B gelangen. Wie viele verschiedene Möglichkeiten hat er, die Brücken zu überqueren (dabei soll er nie retour gehen)?




4. **Die Produktregel**

Ein Versuch bestehe aus  $r$  Stufen, wobei das Ergebnis jeder Stufe die Anzahl Möglichkeiten der nachfolgenden Stufen nicht beeinflusst.

Wenn die einzelnen Stufen  $n_1, n_2, \dots, n_r$  Möglichkeiten haben, dann hat der Gesamtversuch  $n = n_1 \cdot n_2 \cdot \dots \cdot n_r$  Möglichkeiten.

Umgangssprachliche Formulierung der Produktregel:

5. **Die Summenregel**

Wenn  $r$  disjunkte (sich gegenseitig ausschliessende) Versuche  $n_1, n_2, \dots, n_r$  mögliche Ergebnisse haben, dann ist die Gesamtanzahl aller Ergebnisse  $n = n_1 + n_2 + \dots + n_r$ .

Umgangssprachliche Formulierung der Summenregel:

6. **Bemerkung**

Beim Verwenden der Summenregel ist entscheidend, dass keine Möglichkeit mehrfach vorkommt und damit mehrfach gezählt wird. Falsche Ergebnisse entstehen häufig durch nicht beachtete Mehrfachzählungen.

7. **Das Gegenteil**

Je nach Aufgabenstellung kann es sein, dass man die gesuchte Anzahl gewünschter Ergebnisse nicht direkt berechnen kann, dass aber die Anzahl der *nicht* gewünschten Ergebnisse relativ einfach zu berechnen ist. In diesem Fall hilft folgende Überlegung:

**8. Musterbeispiele**

Wir betrachten Wörter (= Buchstabensequenzen) aus 6 Buchstaben. Das Alphabet habe 26 Buchstaben, davon sind 6 Vokale: A, E, I, O, U und Y.

- a) Wie viele solche Wörter gibt es insgesamt?
- b) Wie viele solche Wörter haben an 3. Stelle einen Vokal?
- c) Wie viele solche Wörter haben genau einen Vokal?
- d) Wie viele solche Wörter haben mindestens zwei Vokale?
- e) Wie viele solche Wörter enthalten die Zeichenfolge SCH?



Betrachte 5-stellige Zahlen (d.h. an erster Stelle steht keine Null).

- a) Wie viele solche Zahlen gibt es insgesamt?
- b) Wie viele solche Zahlen haben 5 verschiedene Ziffern?
- c) Wie viele solche Zahlen haben genau eine Ziffer **3**?