

1. Matrizen

1. Matrixprodukte

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} 4 & 30 \\ 11 & 7 \end{pmatrix}, B \cdot A = \begin{pmatrix} 10 & 8 & 8 \\ 8 & 4 & 13 \\ 10 & 12 & -3 \end{pmatrix}$$

2. Übung

a) $\begin{pmatrix} 6 - t & 15 - 3t \\ 8 - 2t & 19 - 5t \end{pmatrix}$

b) $t_1 = 2, t_2 = 3$

c) $\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$

3. Matrixgleichung

a) Berechne $\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$

b) Bestimme $C = \begin{pmatrix} -6 & 2 \\ 2.5 & -0.5 \end{pmatrix}$

4. Potenzieren

$$\begin{pmatrix} -5 & 60 \\ -15 & 20 \end{pmatrix}$$

5. Beispiele mit 3×3 - Matrizen

a) $\begin{pmatrix} 17 \\ 22 \\ 4 \end{pmatrix}$

b) $P = \begin{pmatrix} 49 & 8 \\ -12 & -1 \\ -28 & -4 \end{pmatrix}$

6. Knacknuss

Die Determinante von A muss entweder 1 oder -1 sein.

Erstens: $\det(A) = 1$. Dann erhält man entweder die Einheitsmatrix I oder $-I$.

Zweitens: Für $\det(A) = -1$ erhält man die Gleichung $\begin{pmatrix} -d & b \\ c & -a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$.

Also ist $d = -a$. Das ergibt für die Determinante die Gleichung $-a^2 - bc = -1$. Falls nun $b = c = 0$ so erhält man $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ oder $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Andernfalls löst man nach c auf: $c = \frac{1 - a^2}{b}$ und setzt ein. Dies ergibt die allgemeine

Form für $A = \begin{pmatrix} a & b \\ \frac{1 - a^2}{b} & -a \end{pmatrix}$ für beliebige Werte von a und $b \neq 0$

In jedem Fall ist am Schluss $A^2 = I$ und $A^3 = A$.