

3. Lineare Abbildungen

1. Matrizen bestimmen

a) $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} \frac{3\sqrt{2}}{2} & \frac{3\sqrt{2}}{2} \\ -\frac{3\sqrt{2}}{2} & \frac{3\sqrt{2}}{2} \end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix} 0.96 & 0.28 \\ 0.28 & -0.96 \end{pmatrix}$

2. Abbildung bestimmen

a) Spiegelung an $y = x$ plus zentrische Streckung mit Faktor 2.

b) Drehstreckung mit $\alpha = 53.13^\circ$ und Faktor 5.

3. Inverse

a) $\begin{pmatrix} \cos(\alpha) & \sin(\alpha) \\ -\sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{pmatrix}$

b) Dieselbe Matrix. Eine Geradenspiegelung stimmt mit der Umkehrung überein.

4. Zusammensetzung

$\begin{pmatrix} -0.8 & -0.6 \\ -0.6 & 0.8 \end{pmatrix}$. Das ist die Spiegelung an $y = -3x$.

5. Eigenvektoren

a) Eigenwert 1 mit Vektor $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ und Eigenwert 2 mit Vektor $\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$.

b) Variante 1: Kein Vektor kann auf ein Vielfaches von sich selbst abgebildet werden.
Variante 2: Die Diskriminante von $M - t \cdot I$ ist immer negativ.

c) Eigenwert 1 mit Vektor $\begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix}$ und Eigenwert 7 mit Vektor $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Es ist eine schiefe axiale Streckung. Die Gerade $y = \frac{1}{5}x$ ist Fixgerade und gleichzeitig Streckungsachse. Die Streckungsrichtung verläuft parallel zum Vektor $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

6. Überlegungsaufgabe

Von links nach rechts:

Spiegelung an der xy -Ebene

Spiegelung an der Ebene, welche durch die z -Achse geht und die Gerade $y = x$ enthält.

Streckung mit Faktor 5, zylindrisch von der z -Achse aus.

Zentrische Streckung mit Faktor 3, vom Ursprung aus (kugelförmig).