

Lösung Matura 6F (2013)

Aufgabe 1a)

<p>Nullstellen (1 0) und (-1 0)</p>		
<p>Extremalstellen: Minimum (0 1/2) und Maxima (± sqrt(6)/4 25/32)</p>		
<p>Wendepunkte (± sqrt(2)/4 21/32)</p>		

Aufgabe 1b)

<p>Grenzen bestimmen – Funktionen gleichsetzen. Dann in die Formel fürs Volumen für Rotationskörper einsetzen. $V = 0.7979$</p>		
--	--	--

Aufgabe 1c)

<p>Gesamtfläche berechnen. Dann obere Grenze bei t. Integral = 3/10 und auflösen nach t. 3 Lösungen, aber nur t = 1/2 macht Sinn. $A(1/2 3/4)$</p>		
---	--	--

Aufgabe 1d)

<p>Ansatz $B(t f(t))$ Das Integral ausschreiben und nach t auflösen. $B(0.9274 0.3107)$</p>		
---	--	--

Aufgabe 2a)

<p>$f_t(x)$ definieren. Funktionswerte gleichsetzen, Ableitungen gleichsetzen Gleichungssystem auflösen $t = 6, B(1 8)$</p>		
---	--	--

Aufgabe 2b)

<p>$f_t'' = 0$ nach x auflösen und bei $f_t(x)$ einsetzen. $W\left(\pm \frac{\sqrt{6t}}{6} \mid \frac{2t^2}{9}\right)$</p>		
<p>Parameter eliminieren, d.h. $f_t'' = 0$ nach t auflösen und entweder bei $f_t(x)$ oder bei der y-Koordinate des Wendepunktes einsetzen. $y = 8x^4$.</p>		

Aufgabe 2c)

<p>$f_t'(x)$ für die Wendepunkte. Wenn man faktorisiert, wird die Steigung einfacher $m = \pm \frac{2}{9} \sqrt{6} \cdot t^{3/2}$</p>		
<p>Alles in die Geradengleichung $y = m x + v$ einsetzen. Das ergibt $v = 0$ QED Oder $m = y/x$ kontrollieren. Für den Wendepunkt im II. Quadranten folgt die Behauptung aus Symmetriegründen direkt.</p>		

Aufgabe 2d)

<p>Damit sich die Wendetangenten rechtwinklig schneiden muss die Tangente im I. Quadranten Steigung $m = 1$ haben. Also nach t auflösen. Oder $m_1 m_2 = -1$. $t = 3/2$</p>		
---	--	--

Aufgabe 3a)

<p>Speichere die Punkte. Kontrolle: A liegt in ε. Lot von S auf ε und mit der Ebene schneiden. $M(-7 -2 -2)$</p>	<table border="1"> <tr><th>F1+</th><th>F2+</th><th>F3+</th><th>F4+</th><th>F5+</th></tr> <tr><td>Diverse</td><td>Algebra</td><td>Analysis</td><td>Funktionen</td><td>Vektoren</td></tr> <tr><td colspan="5">[-19 10 4] → s</td></tr> <tr><td colspan="5">[-1 4 -2] → a</td></tr> <tr><td colspan="5">[2 -2 -1] → n</td></tr> <tr><td colspan="5">dotP(a, n)</td></tr> <tr><td colspan="5">DotP(a, n)</td></tr> <tr><td>MAIN</td><td>RAD AUTO</td><td>FUNC</td><td colspan="2">4/30</td></tr> </table>	F1+	F2+	F3+	F4+	F5+	Diverse	Algebra	Analysis	Funktionen	Vektoren	[-19 10 4] → s					[-1 4 -2] → a					[2 -2 -1] → n					dotP(a, n)					DotP(a, n)					MAIN	RAD AUTO	FUNC	4/30		<table border="1"> <tr><th>F1+</th><th>F2+</th><th>F3+</th><th>F4+</th><th>F5+</th></tr> <tr><td>Diverse</td><td>Algebra</td><td>Analysis</td><td>Funktionen</td><td>Vektoren</td></tr> <tr><td colspan="5">s + t · n</td></tr> <tr><td colspan="5">[2 · t - 19 10 - 2 · t 4 - t]</td></tr> <tr><td colspan="5">solve(2 · (2 · t - 19) - 2 · (10 - t) = 6</td></tr> <tr><td colspan="5">t = 6</td></tr> <tr><td colspan="5">s + t · n t = 6</td></tr> <tr><td colspan="5">[-7 -2 -2]</td></tr> <tr><td colspan="5">s + t · n t = 6</td></tr> <tr><td>MAIN</td><td>RAD AUTO</td><td>FUNC</td><td colspan="2">7/30</td></tr> </table>	F1+	F2+	F3+	F4+	F5+	Diverse	Algebra	Analysis	Funktionen	Vektoren	s + t · n					[2 · t - 19 10 - 2 · t 4 - t]					solve(2 · (2 · t - 19) - 2 · (10 - t) = 6					t = 6					s + t · n t = 6					[-7 -2 -2]					s + t · n t = 6					MAIN	RAD AUTO	FUNC	7/30																
F1+	F2+	F3+	F4+	F5+																																																																																																							
Diverse	Algebra	Analysis	Funktionen	Vektoren																																																																																																							
[-19 10 4] → s																																																																																																											
[-1 4 -2] → a																																																																																																											
[2 -2 -1] → n																																																																																																											
dotP(a, n)																																																																																																											
DotP(a, n)																																																																																																											
MAIN	RAD AUTO	FUNC	4/30																																																																																																								
F1+	F2+	F3+	F4+	F5+																																																																																																							
Diverse	Algebra	Analysis	Funktionen	Vektoren																																																																																																							
s + t · n																																																																																																											
[2 · t - 19 10 - 2 · t 4 - t]																																																																																																											
solve(2 · (2 · t - 19) - 2 · (10 - t) = 6																																																																																																											
t = 6																																																																																																											
s + t · n t = 6																																																																																																											
[-7 -2 -2]																																																																																																											
s + t · n t = 6																																																																																																											
MAIN	RAD AUTO	FUNC	7/30																																																																																																								
<p>A über M spiegeln. $C(-13 -8 -2)$ $AM \times n \varepsilon$ schaut in Richtung MB resp. MD, ist aber noch zu lang. Normen vergleichen und mit 3 kürzen</p>	<table border="1"> <tr><th>F1+</th><th>F2+</th><th>F3+</th><th>F4+</th><th>F5+</th></tr> <tr><td>Diverse</td><td>Algebra</td><td>Analysis</td><td>Funktionen</td><td>Vektoren</td></tr> <tr><td colspan="5">s + t · n t = 6</td></tr> <tr><td colspan="5">[-7 -2 -2] → m</td></tr> <tr><td colspan="5">m - a</td></tr> <tr><td colspan="5">[-6 -6 0] + m → c</td></tr> <tr><td colspan="5">[-13 -8 -2]</td></tr> <tr><td colspan="5">ans(1)+m+c</td></tr> <tr><td>MAIN</td><td>RAD AUTO</td><td>FUNC</td><td colspan="2">10/30</td></tr> </table>	F1+	F2+	F3+	F4+	F5+	Diverse	Algebra	Analysis	Funktionen	Vektoren	s + t · n t = 6					[-7 -2 -2] → m					m - a					[-6 -6 0] + m → c					[-13 -8 -2]					ans(1)+m+c					MAIN	RAD AUTO	FUNC	10/30		<table border="1"> <tr><th>F1+</th><th>F2+</th><th>F3+</th><th>F4+</th><th>F5+</th></tr> <tr><td>Diverse</td><td>Algebra</td><td>Analysis</td><td>Funktionen</td><td>Vektoren</td></tr> <tr><td colspan="5">crossP(n, a - m)</td></tr> <tr><td colspan="5">[6 -6 24]</td></tr> <tr><td colspan="5">norm(a - m)</td></tr> <tr><td colspan="5">6 · √2</td></tr> <tr><td colspan="5">norm([6 -6 24])</td></tr> <tr><td colspan="5">18 · √2</td></tr> <tr><td colspan="5">1/3 · [6 -6 24]</td></tr> <tr><td colspan="5">[2 -2 8]</td></tr> <tr><td colspan="5">1/3 · [6 -6 24]</td></tr> <tr><td>MAIN</td><td>RAD AUTO</td><td>FUNC</td><td colspan="2">14/30</td></tr> </table>	F1+	F2+	F3+	F4+	F5+	Diverse	Algebra	Analysis	Funktionen	Vektoren	crossP(n, a - m)					[6 -6 24]					norm(a - m)					6 · √2					norm([6 -6 24])					18 · √2					1/3 · [6 -6 24]					[2 -2 8]					1/3 · [6 -6 24]					MAIN	RAD AUTO	FUNC	14/30	
F1+	F2+	F3+	F4+	F5+																																																																																																							
Diverse	Algebra	Analysis	Funktionen	Vektoren																																																																																																							
s + t · n t = 6																																																																																																											
[-7 -2 -2] → m																																																																																																											
m - a																																																																																																											
[-6 -6 0] + m → c																																																																																																											
[-13 -8 -2]																																																																																																											
ans(1)+m+c																																																																																																											
MAIN	RAD AUTO	FUNC	10/30																																																																																																								
F1+	F2+	F3+	F4+	F5+																																																																																																							
Diverse	Algebra	Analysis	Funktionen	Vektoren																																																																																																							
crossP(n, a - m)																																																																																																											
[6 -6 24]																																																																																																											
norm(a - m)																																																																																																											
6 · √2																																																																																																											
norm([6 -6 24])																																																																																																											
18 · √2																																																																																																											
1/3 · [6 -6 24]																																																																																																											
[2 -2 8]																																																																																																											
1/3 · [6 -6 24]																																																																																																											
MAIN	RAD AUTO	FUNC	14/30																																																																																																								
<p>Den Vektor in M anhängen $B(-5 -4 6)$ $D(-9 0 -10)$ B und D sind vertauschbar.</p>	<table border="1"> <tr><th>F1+</th><th>F2+</th><th>F3+</th><th>F4+</th><th>F5+</th></tr> <tr><td>Diverse</td><td>Algebra</td><td>Analysis</td><td>Funktionen</td><td>Vektoren</td></tr> <tr><td colspan="5">norm([6 -6 24])</td></tr> <tr><td colspan="5">18 · √2</td></tr> <tr><td colspan="5">1/3 · [6 -6 24]</td></tr> <tr><td colspan="5">[2 -2 8]</td></tr> <tr><td colspan="5">m + [2 -2 8] → b</td></tr> <tr><td colspan="5">[-5 -4 6]</td></tr> <tr><td colspan="5">m - [2 -2 8] → d</td></tr> <tr><td colspan="5">[-9 0 -10]</td></tr> <tr><td colspan="5">m - [2, -2, 8] + d</td></tr> <tr><td>MAIN</td><td>RAD AUTO</td><td>FUNC</td><td colspan="2">16/30</td></tr> </table>	F1+	F2+	F3+	F4+	F5+	Diverse	Algebra	Analysis	Funktionen	Vektoren	norm([6 -6 24])					18 · √2					1/3 · [6 -6 24]					[2 -2 8]					m + [2 -2 8] → b					[-5 -4 6]					m - [2 -2 8] → d					[-9 0 -10]					m - [2, -2, 8] + d					MAIN	RAD AUTO	FUNC	16/30																																															
F1+	F2+	F3+	F4+	F5+																																																																																																							
Diverse	Algebra	Analysis	Funktionen	Vektoren																																																																																																							
norm([6 -6 24])																																																																																																											
18 · √2																																																																																																											
1/3 · [6 -6 24]																																																																																																											
[2 -2 8]																																																																																																											
m + [2 -2 8] → b																																																																																																											
[-5 -4 6]																																																																																																											
m - [2 -2 8] → d																																																																																																											
[-9 0 -10]																																																																																																											
m - [2, -2, 8] + d																																																																																																											
MAIN	RAD AUTO	FUNC	16/30																																																																																																								

Aufgabe 3b)

<p>Winkel bestimmen mit Skalarprodukt. Auf 90° ergänzen. 64.76° resp. 1.13 rad.</p>	<table border="1"> <tr><th>F1+</th><th>F2+</th><th>F3+</th><th>F4+</th><th>F5+</th></tr> <tr><td>Diverse</td><td>Algebra</td><td>Analysis</td><td>Funktionen</td><td>Vektoren</td></tr> <tr><td colspan="5">s - a</td></tr> <tr><td colspan="5">[-18 6 6]</td></tr> <tr><td colspan="5">n</td></tr> <tr><td colspan="5">[2 -2 -1]</td></tr> <tr><td colspan="5">dotP(s - a, n)</td></tr> <tr><td colspan="5">norm(s - a) · norm(n)</td></tr> <tr><td colspan="5">-3 · √11</td></tr> <tr><td colspan="5">11</td></tr> <tr><td colspan="5">ans(1)/(norm(s-a)*norm(n))</td></tr> <tr><td>MAIN</td><td>DEG AUTO</td><td>FUNC</td><td colspan="2">19/30</td></tr> </table>	F1+	F2+	F3+	F4+	F5+	Diverse	Algebra	Analysis	Funktionen	Vektoren	s - a					[-18 6 6]					n					[2 -2 -1]					dotP(s - a, n)					norm(s - a) · norm(n)					-3 · √11					11					ans(1)/(norm(s-a)*norm(n))					MAIN	DEG AUTO	FUNC	19/30		<table border="1"> <tr><th>F1+</th><th>F2+</th><th>F3+</th><th>F4+</th><th>F5+</th></tr> <tr><td>Diverse</td><td>Algebra</td><td>Analysis</td><td>Funktionen</td><td>Vektoren</td></tr> <tr><td colspan="5">cos⁻¹(11/154.760598)</td></tr> <tr><td colspan="5">154.760598</td></tr> <tr><td colspan="5">154.76059817932 - 90</td></tr> <tr><td colspan="5">64.760598</td></tr> <tr><td colspan="5">64.76059817932 · π</td></tr> <tr><td colspan="5">180</td></tr> <tr><td colspan="5">1.130286</td></tr> <tr><td colspan="5">ans(1)/180*π</td></tr> <tr><td>MAIN</td><td>DEG AUTO</td><td>FUNC</td><td colspan="2">22/30</td></tr> </table>	F1+	F2+	F3+	F4+	F5+	Diverse	Algebra	Analysis	Funktionen	Vektoren	cos ⁻¹ (11/154.760598)					154.760598					154.76059817932 - 90					64.760598					64.76059817932 · π					180					1.130286					ans(1)/180*π					MAIN	DEG AUTO	FUNC	22/30	
F1+	F2+	F3+	F4+	F5+																																																																																																																	
Diverse	Algebra	Analysis	Funktionen	Vektoren																																																																																																																	
s - a																																																																																																																					
[-18 6 6]																																																																																																																					
n																																																																																																																					
[2 -2 -1]																																																																																																																					
dotP(s - a, n)																																																																																																																					
norm(s - a) · norm(n)																																																																																																																					
-3 · √11																																																																																																																					
11																																																																																																																					
ans(1)/(norm(s-a)*norm(n))																																																																																																																					
MAIN	DEG AUTO	FUNC	19/30																																																																																																																		
F1+	F2+	F3+	F4+	F5+																																																																																																																	
Diverse	Algebra	Analysis	Funktionen	Vektoren																																																																																																																	
cos ⁻¹ (11/154.760598)																																																																																																																					
154.760598																																																																																																																					
154.76059817932 - 90																																																																																																																					
64.760598																																																																																																																					
64.76059817932 · π																																																																																																																					
180																																																																																																																					
1.130286																																																																																																																					
ans(1)/180*π																																																																																																																					
MAIN	DEG AUTO	FUNC	22/30																																																																																																																		

Aufgabe 3c)

<p>Am schnellsten übers Vektorprodukt. Oder die Höhe des gleichschenkligen Dreiecks mit Pythagoras rechnen. $F = 113.84$ Ersatzwerte rechts $F = 152.74$ (Das Ersatzdreieck ist gleichschenkelig)</p>	<table border="1"> <tr><th>F1+</th><th>F2+</th><th>F3+</th><th>F4+</th><th>F5+</th></tr> <tr><td>Diverse</td><td>Algebra</td><td>Analysis</td><td>Funktionen</td><td>Vektoren</td></tr> <tr><td colspan="5">1/2 · norm(crossP(a - s, b - s))</td></tr> <tr><td colspan="5">36 · √10</td></tr> <tr><td colspan="5">norm(b - a)</td></tr> <tr><td colspan="5">12</td></tr> <tr><td colspan="5">√((norm(s - a))² - 36)</td></tr> <tr><td colspan="5">6 · √10</td></tr> <tr><td colspan="5">36 · √10</td></tr> <tr><td colspan="5">113.841996</td></tr> <tr><td colspan="5">36 · √(10)</td></tr> <tr><td>MAIN</td><td>DEG AUTO</td><td>FUNC</td><td colspan="2">26/30</td></tr> </table>	F1+	F2+	F3+	F4+	F5+	Diverse	Algebra	Analysis	Funktionen	Vektoren	1/2 · norm(crossP(a - s, b - s))					36 · √10					norm(b - a)					12					√((norm(s - a)) ² - 36)					6 · √10					36 · √10					113.841996					36 · √(10)					MAIN	DEG AUTO	FUNC	26/30		<table border="1"> <tr><th>F1+</th><th>F2+</th><th>F3+</th><th>F4+</th><th>F5+</th></tr> <tr><td>Diverse</td><td>Algebra</td><td>Analysis</td><td>Funktionen</td><td>Vektoren</td></tr> <tr><td colspan="5">√(norm(s - a))</td></tr> <tr><td colspan="5">36</td></tr> <tr><td colspan="5">36 · √10</td></tr> <tr><td colspan="5">113.841996</td></tr> <tr><td colspan="5">1/2 · norm(crossP(a - s, [-5]))</td></tr> <tr><td colspan="5">108 · √2</td></tr> <tr><td colspan="5">1/2 · norm(crossP(a - s, [-5]))</td></tr> <tr><td colspan="5">152.735065</td></tr> <tr><td colspan="5">crossP(a - s, [-5, 20, -6] - s)</td></tr> <tr><td>MAIN</td><td>DEG AUTO</td><td>FUNC</td><td colspan="2">28/30</td></tr> </table>	F1+	F2+	F3+	F4+	F5+	Diverse	Algebra	Analysis	Funktionen	Vektoren	√(norm(s - a))					36					36 · √10					113.841996					1/2 · norm(crossP(a - s, [-5]))					108 · √2					1/2 · norm(crossP(a - s, [-5]))					152.735065					crossP(a - s, [-5, 20, -6] - s)					MAIN	DEG AUTO	FUNC	28/30	
F1+	F2+	F3+	F4+	F5+																																																																																																																						
Diverse	Algebra	Analysis	Funktionen	Vektoren																																																																																																																						
1/2 · norm(crossP(a - s, b - s))																																																																																																																										
36 · √10																																																																																																																										
norm(b - a)																																																																																																																										
12																																																																																																																										
√((norm(s - a)) ² - 36)																																																																																																																										
6 · √10																																																																																																																										
36 · √10																																																																																																																										
113.841996																																																																																																																										
36 · √(10)																																																																																																																										
MAIN	DEG AUTO	FUNC	26/30																																																																																																																							
F1+	F2+	F3+	F4+	F5+																																																																																																																						
Diverse	Algebra	Analysis	Funktionen	Vektoren																																																																																																																						
√(norm(s - a))																																																																																																																										
36																																																																																																																										
36 · √10																																																																																																																										
113.841996																																																																																																																										
1/2 · norm(crossP(a - s, [-5]))																																																																																																																										
108 · √2																																																																																																																										
1/2 · norm(crossP(a - s, [-5]))																																																																																																																										
152.735065																																																																																																																										
crossP(a - s, [-5, 20, -6] - s)																																																																																																																										
MAIN	DEG AUTO	FUNC	28/30																																																																																																																							

Aufgabe 3d)

<p>S liegt auf der negativen Seite von ε, also $HNF = -3$ setzen. Ebene $2x - 2y - z + 17 = 0$. Also schneidet die Ebene den untersten Sechstel der Pyramide weg. $5/6$ von $\ AB\$ quadrieren. $F = 100$.</p>	<table border="1"> <tr><th>F1+</th><th>F2+</th><th>F3+</th><th>F4+</th><th>F5+</th></tr> <tr><td>Diverse</td><td>Algebra</td><td>Analysis</td><td>Funktionen</td><td>Vektoren</td></tr> <tr><td colspan="5">dotP(s, n) + 8</td></tr> <tr><td colspan="5">norm(n)</td></tr> <tr><td colspan="5">-18</td></tr> <tr><td colspan="5">2 · x - 2 · y - z + 8 = -3</td></tr> <tr><td colspan="5">norm(n)</td></tr> <tr><td colspan="5">2 · x - 2 · y - z + 8 = -3</td></tr> <tr><td colspan="5">3</td></tr> <tr><td colspan="5">(2x-2y-z+8)/Norm(n)=-3</td></tr> <tr><td>MAIN</td><td>DEG AUTO</td><td>FUNC</td><td colspan="2">29/30</td></tr> </table>	F1+	F2+	F3+	F4+	F5+	Diverse	Algebra	Analysis	Funktionen	Vektoren	dotP(s, n) + 8					norm(n)					-18					2 · x - 2 · y - z + 8 = -3					norm(n)					2 · x - 2 · y - z + 8 = -3					3					(2x-2y-z+8)/Norm(n)=-3					MAIN	DEG AUTO	FUNC	29/30		<table border="1"> <tr><th>F1+</th><th>F2+</th><th>F3+</th><th>F4+</th><th>F5+</th></tr> <tr><td>Diverse</td><td>Algebra</td><td>Analysis</td><td>Funktionen</td><td>Vektoren</td></tr> <tr><td colspan="5">norm(b - a)</td></tr> <tr><td colspan="5">12</td></tr> <tr><td colspan="5">12 · 5</td></tr> <tr><td colspan="5">6</td></tr> <tr><td colspan="5">10</td></tr> <tr><td colspan="5">10²</td></tr> <tr><td colspan="5">100</td></tr> <tr><td colspan="5">ans(1)^2</td></tr> <tr><td>MAIN</td><td>DEG AUTO</td><td>FUNC</td><td colspan="2">30/30</td></tr> </table>	F1+	F2+	F3+	F4+	F5+	Diverse	Algebra	Analysis	Funktionen	Vektoren	norm(b - a)					12					12 · 5					6					10					10 ²					100					ans(1)^2					MAIN	DEG AUTO	FUNC	30/30											
F1+	F2+	F3+	F4+	F5+																																																																																																																						
Diverse	Algebra	Analysis	Funktionen	Vektoren																																																																																																																						
dotP(s, n) + 8																																																																																																																										
norm(n)																																																																																																																										
-18																																																																																																																										
2 · x - 2 · y - z + 8 = -3																																																																																																																										
norm(n)																																																																																																																										
2 · x - 2 · y - z + 8 = -3																																																																																																																										
3																																																																																																																										
(2x-2y-z+8)/Norm(n)=-3																																																																																																																										
MAIN	DEG AUTO	FUNC	29/30																																																																																																																							
F1+	F2+	F3+	F4+	F5+																																																																																																																						
Diverse	Algebra	Analysis	Funktionen	Vektoren																																																																																																																						
norm(b - a)																																																																																																																										
12																																																																																																																										
12 · 5																																																																																																																										
6																																																																																																																										
10																																																																																																																										
10 ²																																																																																																																										
100																																																																																																																										
ans(1)^2																																																																																																																										
MAIN	DEG AUTO	FUNC	30/30																																																																																																																							
<p>Ersatzwerte: $F = 200$ Man kann auch $\ AM\$ rechnen und so die Fläche des Schnittquadrates erhalten.</p>	<table border="1"> <tr><th>F1+</th><th>F2+</th><th>F3+</th><th>F4+</th><th>F5+</th></tr> <tr><td>Diverse</td><td>Algebra</td><td>Analysis</td><td>Funktionen</td><td>Vektoren</td></tr> <tr><td colspan="5">10²</td></tr> <tr><td colspan="5">100</td></tr> <tr><td colspan="5">norm([-5 20 -6] - a)</td></tr> <tr><td colspan="5">12 · √2</td></tr> <tr><td colspan="5">5/6 · 12 · √2</td></tr> <tr><td colspan="5">10 · √2</td></tr> <tr><td colspan="5">(10 · √2)²</td></tr> <tr><td colspan="5">200</td></tr> <tr><td colspan="5">ans(1)^2</td></tr> <tr><td>MAIN</td><td>DEG AUTO</td><td>FUNC</td><td colspan="2">29/30</td></tr> </table>	F1+	F2+	F3+	F4+	F5+	Diverse	Algebra	Analysis	Funktionen	Vektoren	10 ²					100					norm([-5 20 -6] - a)					12 · √2					5/6 · 12 · √2					10 · √2					(10 · √2) ²					200					ans(1)^2					MAIN	DEG AUTO	FUNC	29/30		<table border="1"> <tr><th>F1+</th><th>F2+</th><th>F3+</th><th>F4+</th><th>F5+</th></tr> <tr><td>Diverse</td><td>Algebra</td><td>Analysis</td><td>Funktionen</td><td>Vektoren</td></tr> <tr><td colspan="5">norm(m - a)</td></tr> <tr><td colspan="5">6 · √2</td></tr> <tr><td colspan="5">6 · √2 · 5</td></tr> <tr><td colspan="5">6</td></tr> <tr><td colspan="5">5 · √2 · √2</td></tr> <tr><td colspan="5">10</td></tr> <tr><td colspan="5">10²</td></tr> <tr><td colspan="5">100</td></tr> <tr><td colspan="5">ans(1)^2</td></tr> <tr><td>MAIN</td><td>DEG AUTO</td><td>FUNC</td><td colspan="2">30/30</td></tr> </table>	F1+	F2+	F3+	F4+	F5+	Diverse	Algebra	Analysis	Funktionen	Vektoren	norm(m - a)					6 · √2					6 · √2 · 5					6					5 · √2 · √2					10					10 ²					100					ans(1)^2					MAIN	DEG AUTO	FUNC	30/30	
F1+	F2+	F3+	F4+	F5+																																																																																																																						
Diverse	Algebra	Analysis	Funktionen	Vektoren																																																																																																																						
10 ²																																																																																																																										
100																																																																																																																										
norm([-5 20 -6] - a)																																																																																																																										
12 · √2																																																																																																																										
5/6 · 12 · √2																																																																																																																										
10 · √2																																																																																																																										
(10 · √2) ²																																																																																																																										
200																																																																																																																										
ans(1)^2																																																																																																																										
MAIN	DEG AUTO	FUNC	29/30																																																																																																																							
F1+	F2+	F3+	F4+	F5+																																																																																																																						
Diverse	Algebra	Analysis	Funktionen	Vektoren																																																																																																																						
norm(m - a)																																																																																																																										
6 · √2																																																																																																																										
6 · √2 · 5																																																																																																																										
6																																																																																																																										
5 · √2 · √2																																																																																																																										
10																																																																																																																										
10 ²																																																																																																																										
100																																																																																																																										
ans(1)^2																																																																																																																										
MAIN	DEG AUTO	FUNC	30/30																																																																																																																							

Aufgabe 4a)

<p>Punkte speichern Normalebene zu PS durch M $x + 20y - 7z - 217 = 0$ Diese Ebene mit PS schneiden.</p>	<pre> F1+ F2+ F3+ F4+ F5+ Diverse Algebra Analysis Funktionen Vektoren [-4 10 -3] → m [-4 10 -3] [6 0 2] → p [6 0 2] [5 -20 9] → s [5 -20 9] [5 -20 9] → s MAIN DEGRAUTO FUNC 3/30 </pre>	<pre> F1+ F2+ F3+ F4+ F5+ Diverse Algebra Analysis Funktionen Vektoren p = s + m [1 20 -7] dotP(m, m) 217 s + t · (p - s) [t + 5 20 · t - 20 9 - 7 · t] solve(t + 5 + 20 · (20 · t - 20)) t = 3/2 (20 · t - 20) - 7 · (9 - 7 · t) - 217 = 0 MAIN DEGRAUTO FUNC 8/30 </pre>
<p>B(13/2 10 -3/2) $r = 10.6066$</p>	<pre> F1+ F2+ F3+ F4+ F5+ Diverse Algebra Analysis Funktionen Vektoren [t + 5 20 · t - 20 9 - 7 · t] [13/2 10 -3/2] [13/2 10 -3/2] → b [13/2 10 -3/2] norm(m - b) 15 · √2 2 Norm(m - b) MAIN DEGRAUTO FUNC 11/30 </pre>	

Aufgabe 4b)

<p>M in die HNF der Ebene einsetzen. Abstand ist 12. Oder den Lotfußpunkt berechnen: $L(24/5 2 -7/5)$. $r = 13$ mit Pythagoras $(x + 4)^2 + (y - 10)^2 + (z + 3)^2 = 169$.</p>	<pre> F1+ F2+ F3+ F4+ F5+ Diverse Algebra Analysis Funktionen Vektoren norm(m - b) 15 · √2 2 (11 · -4 - 10 · 10 + 2 · -3 - 30) / norm([11 -10 2]) -12 √(12^2 + 5^2) 13 √((12^2 + 5^2)) MAIN DEGRAUTO FUNC 13/30 </pre>	
--	--	--

Aufgabe 4c)

<p>Kugelradius 15. Schneide die Kugel mit PS. Ein Schnittpunkt ist P, der andere R. $t = 1$ führt auf P, $t = 2$ führt zu R(7 20 -5)</p>	<pre> F1+ F2+ F3+ F4+ F5+ Diverse Algebra Analysis Funktionen Vektoren norm(p - m) 15 (x + 4)^2 + (y - 10)^2 + (z + 3)^2 = 225 x^2 + 8 · x + y^2 - 20 · y + z^2 + 6 s + t · (p - s) [t + 5 20 · t - 20 9 - 7 · t] s + t · (p - s) MAIN DEGRAUTO FUNC 16/30 </pre>	<pre> F1+ F2+ F3+ F4+ F5+ Diverse Algebra Analysis Funktionen Vektoren [t + 5 20 · t - 20 9 - 7 · t] solve((t + 5 + 4)^2 + (20 · t - 20)^2 + (9 - 7 · t)^2 = 225) t = 2 or t = 1 [t + 5 20 · t - 20 9 - 7 · t] [7 20 -5] [[t+5, 20*t-20, 9-7*t]] t=2 MAIN DEGRAUTO FUNC 18/30 </pre>
<p>Normalebene zu MR durch R = Tangentialebene an die Kugel in R. P an dieser Ebene spiegeln. Gespiegelter Punkt P'(28 20 -2) Man kann auch S spiegeln. $S'(49 20 1)$</p>	<pre> F1+ F2+ F3+ F4+ F5+ Diverse Algebra Analysis Funktionen Vektoren [7 20 -5] → r [7 20 -5] r - m [11 10 -2] dotP([11 10 -2], r) 287 11 · x + 10 · y - 2 · z - 287 = 0 11 · x + 10 · y - 2 · z - 287 = 0 11x+10y-2z-287=0 MAIN DEGRAUTO FUNC 22/30 </pre>	<pre> F1+ F2+ F3+ F4+ F5+ Diverse Algebra Analysis Funktionen Vektoren p + t · [11 10 -2] [11 · t + 6 10 · t 2 - 2 · t] solve(11 · (11 · t + 6) + 10 · 10) t = 1 p + t · [11 10 -2] t = 2 [28 20 -2] p + t · [11, 10, -2] t = 2 MAIN DEGRAUTO FUNC 25/30 </pre>
<p>Mache aus P' (resp. S') und R eine Gerade und schneide diese mit der Kugel. Ein Schnittpunkt ist R.</p>	<pre> F1+ F2+ F3+ F4+ F5+ Diverse Algebra Analysis Funktionen Vektoren [28 20 -2] r [7 20 -5] [28 20 -2] - [7 20 -5] [21 0 3] [21 · t + 7 20 3 · t - 5] r + t · [21, 0, 3] [21 · t + 7 20 3 · t - 5] r + t · [21, 0, 3] MAIN DEGRAUTO FUNC 28/30 </pre>	<pre> F1+ F2+ F3+ F4+ F5+ Diverse Algebra Analysis Funktionen Vektoren [21 · t + 7 20 3 · t - 5] (x + 4)^2 + (y - 10)^2 + (z + 3)^2 = 225 x^2 + 8 · x + y^2 - 20 · y + z^2 + 6 solve((21 · t + 7 + 4)^2 + (20 - 10 · t)^2 + (3 · t - 5 + 3)^2 = 225, t) t = 0 or t = -1 [21 · t + 7 20 3 · t - 5] t = -1 [-14 20 -8] [[21*t+7, 20, 3*t-5]] t=-1 MAIN DEGRAUTO FUNC 30/30 </pre>
<p>Der zweite Schnittpunkt ist Q. $Q(-14 20 -8)$</p>	<pre> F1+ F2+ F3+ F4+ F5+ Diverse Algebra Analysis Funktionen Vektoren x^2 + 8 · x + y^2 - 20 · y + z^2 + 6 solve((21 · t + 7 + 4)^2 + (20 - 10 · t)^2 + (3 · t - 5 + 3)^2 = 225, t) t = 0 or t = -1 [21 · t + 7 20 3 · t - 5] t = -1 [-14 20 -8] [[21*t+7, 20, 3*t-5]] t=-1 MAIN DEGRAUTO FUNC 30/30 </pre>	

Aufgabe 5a)

Binomialverteilung
29.98%

F1+	F2+	F3+	F4+	F5+
Diverse	Algebra	Analysis	Funktionen	Vektoren
$\sum_{x=4}^{25} \binom{25}{x} \cdot (2/18)^x \cdot (16/18)^{25-x}$				
.299849				
$\binom{25}{4} \cdot (16/18)^{25-4} \cdot (2/18)^4$				
MAIN DEG AUTO FUNC 1/30				

Aufgabe 5b)

Bedingte Wahrscheinlichkeit
 $P(A | B) = 5/68 = 7.35\%$
 Oder: $|B| = 12 \cdot 17 = 204$
 $|A \cap B| = 15$, also $15/204 = 5/68$

F1+	F2+	F3+	F4+	F5+
Diverse	Algebra	Analysis	Funktionen	Vektoren
$\frac{12 \cdot 18}{216}$				
216				
$\frac{12 \cdot 17}{216}$				
204				
$\frac{204}{216}$				
17/18				
$\frac{15}{216}$				
5/72				
$\frac{15}{216}$				
15/216				
MAIN DEG AUTO FUNC 4/30				

F1+	F2+	F3+	F4+	F5+
Diverse	Algebra	Analysis	Funktionen	Vektoren
$\frac{5}{72}$				
17/18				
5/68				
$\frac{5}{72}$				
17/18				
.073529				
$\frac{5/72}{17/18}$				
5/68				
MAIN DEG AUTO FUNC 6/30				

Aufgabe 5c)

$P(\text{Torhüter}) = 1/9$
 $P(\text{CH}) = 1/12$
 $P(\text{Torhüter und CH}) = 2/216$
 Die Ereignisse sind unabhängig.

F1+	F2+	F3+	F4+	F5+
Diverse	Algebra	Analysis	Funktionen	Vektoren
$\frac{2}{18}$				
1/9				
$\frac{1}{12}$				
1/12				
$\frac{2}{216}$				
1/108				
$\frac{1}{9} \cdot \frac{1}{12} = \frac{1}{108}$				
true				
$\frac{1}{9} \cdot \frac{1}{12} = \frac{1}{108}$				
1/108				
MAIN DEG AUTO FUNC 4/30				

Aufgabe 5d)

Erster Teil:
 $10!$ für die 9 Feldspieler plus die Gruppe der Torhüter. Diese können untereinander permutiert werden.
 Oder $9! \cdot 3!$ für die Gruppen und dann 10 Positionen für die Torhütergruppe

F1+	F2+	F3+	F4+	F5+
Diverse	Algebra	Analysis	Funktionen	Vektoren
$10! \cdot 3!$				
21772800				
$\frac{9! \cdot 10!}{7!}$				
261273600				
$9! \cdot 10! / 7!$				
MAIN DEG AUTO FUNC 2/30				

Zweiter Teil:
 $9!$ für die Feldspieler.
 Setze dann die Torhüter in die Zwischenräume (geordnet ohne Wiederholung).

Aufgabe 6a)

Anzahl Drehungen ausrechnen.
 Mr. X benötigt 10 Drehungen
 Mr. Y benötigt 5 Drehungen
 Die Aussage ist wahr.

F1+	F2+	F3+	F4+	F5+
Diverse	Algebra	Analysis	Funktionen	Vektoren
$\blacksquare \text{solve}(1 - (.63)^n = .99, n)$ $n = 9.967136$				
$\blacksquare \text{solve}(1 - (.37)^n = .99, n)$ $n = 4.631792$				
$\text{Solve}(1 - 0.37^n = 0.99, n)$				
MAIN	DEG AUTO	FUNC	2/30	

Aufgabe 6b)

Geometrische Reihe.
 Mr. X gewinnt mit
 $0.37 + 0.63 \cdot 0.37 \cdot 0.37 +$
 $0.63 \cdot 0.37 \cdot 0.63 \cdot 0.37 \cdot 0.37 + \dots$
 Also $q = 0.63 \cdot 0.37$
 $P(X) = 48.25\%$
 Zur Kontrolle ist noch $P(Y)$ berechnet.

F1+	F2+	F3+	F4+	F5+
Diverse	Algebra	Analysis	Funktionen	Vektoren
$\blacksquare \frac{.37}{1 - .37 \cdot .63}$.482462				
$\blacksquare \frac{(.63)^2}{1 - .37 \cdot .63}$.517538				
$\blacksquare 0.63^2 / (1 - 0.37 * 0.63)$				
MAIN	DEG AUTO	FUNC	2/30	

Zweiter Teil
 $E(X) = 10 \cdot P(X) - 9 \cdot P(Y) = 0.167 > 0$
 Mr. X ist im Vorteil
 Es geht auch mit Listen

F1+	F2+	F3+	F4+	F5+
Diverse	Algebra	Analysis	Funktionen	Vektoren
$\blacksquare \frac{.37}{1 - .37 \cdot .63}$.482462				
$\blacksquare \frac{(.63)^2}{1 - .37 \cdot .63}$.517538				
$\blacksquare 10 \cdot .48246185943409 - 9 \cdot .517538$				
$\blacksquare .166775$				
$\blacksquare .943409 - 9 * .51753814056591$				
MAIN	DEG AUTO	FUNC	3/30	

F1+	F2+	F3+	F4+	F5+
Diverse	Algebra	Analysis	Funktionen	Vektoren
$\blacksquare 10 \cdot .48246185943409 - 9 \cdot .517538$				
$\blacksquare .166775$				
$\blacksquare (10 \ -9) + x$ $(10 \ -9)$				
$\blacksquare (.48246185943409 \ .517538)$				
$\blacksquare (.482462 \ .517538)$				
$\blacksquare \text{dotP}(x, t)$.166775				
$\blacksquare \text{DotP}(x, t)$				
MAIN	DEG AUTO	FUNC	6/30	

Aufgabe 6c)

Hypothesentest
 $H_0: p = 0.37$
 $H_1: p < 0.37$
 $n = 500$
 $\mu = 185, \sigma = 10.796$
 $z = -1.645$ für die 5%-Marke
 nach x auflösen
 167 oder weniger Zeichen für Mr. X
 bestätigen seinen Verdacht.

F1+	F2+	F3+	F4+	F5+
Diverse	Algebra	Analysis	Funktionen	Vektoren
$\blacksquare 500 \cdot .37$ 185.000000				
$\blacksquare \sqrt{500 \cdot .37 \cdot .63}$ 10.795833				
$\blacksquare \text{solve}\left(\frac{x - 185}{10.795832529268} = -1.645, x\right)$				
$\blacksquare x = 167.240855$				
$\blacksquare .0.795832529268 = -1.645, x)$				
MAIN	DEG AUTO	FUNC	3/30	