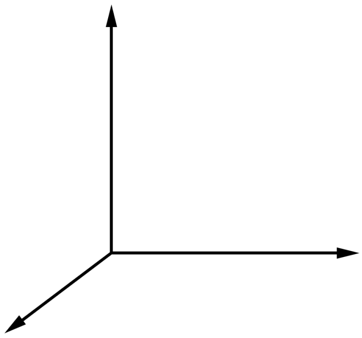
2. Kotierte Normalprojektion

2.1. Koordinatensystem

1. **Koordinatenachsen, Punkte**

   In der kotierten Normalprojektion betrachtet man die Situation so, dass die z-Achse auf dem Zeichenblatt nach oben (d.h. aus dem Blatt heraus) schaut. Man sieht also von jedem Punkt P nur den Grundriss P'.
   Damit klar ist, in welcher Höhe sich der Punkt (räumlich) befindet, schreibt man die fehlende z-Koordinate dazu, beispielsweise $P'(3)$.

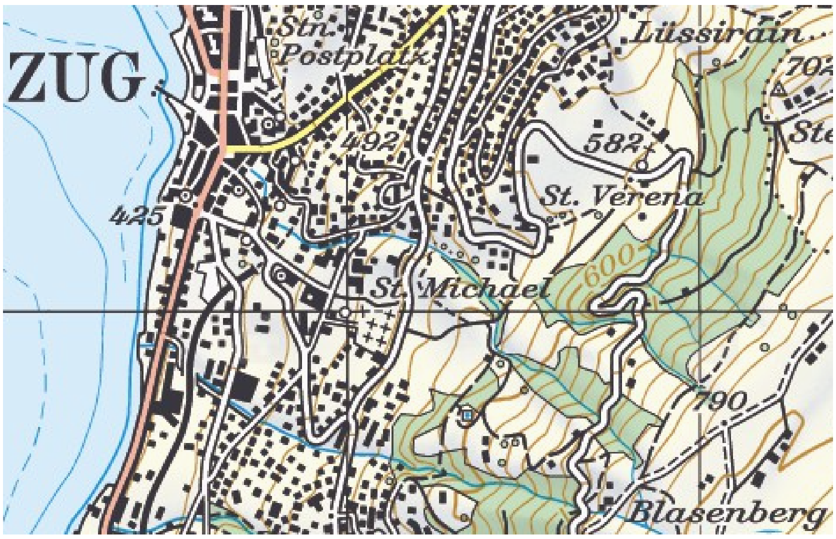


2. **Praktische Anwendung**

   In der Vermessung, in Geographie, beim Orientierungslauf und in anderen Bereichen, in welchen man eine Landkarte verwendet, hat man einen Grundriss vorgegeben. Die fehlenden z-Koordinaten sind auf der Karte als Höhenangaben vorhanden.

3. **Beispiel**

   Vom Punkt 790 oberhalb vom Blasenberg sieht man in relativ steilem Winkel nach unten direkt auf die Altstadt von Zug. Konstruiere diesen Blickwinkel.



4. **Historische Bemerkung**

   Heute spricht man in der Raumgeometrie von x-Koordinate, y-Koordinate und z-Koordinate. Früher verwendete man dafür die Begriffe Abszisse, Ordinate und Kote. Daher der Begriff kotierte Normalprojektion.

5. **Eintafelverfahren**

   Die kotierte Normalprojektion wird auch Eintafelverfahren genannt, weil man nur mit Hilfe *einer* Rissebene arbeitet. Wenn man mit Grund- und Aufriss arbeitet, hat man ein Zweitafelverfahren, auch konjugierte Normalprojektion genannt.

2.2. Punkte, Strecken, Geraden

1. **Darstellung von Punkten**

   Punkte bestimmt man durch den Grundriss und seine fehlende z-Koordinate (Kote)

   Künftig werden die Achsen nicht mehr gezeichnet, sofern man sie nicht benötigt.

2. **Grundkonstruktion (1. Teil)**

   Wenn man zwei Punkte gegeben hat, dann kann man die Länge der Strecke oder (gleichwertig) den Abstand der beiden Punkte bestimmen.

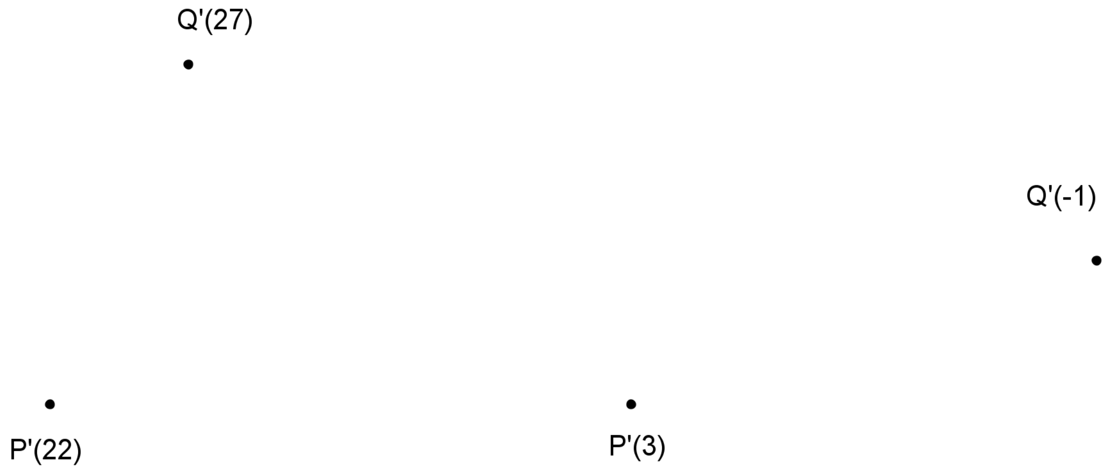
. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

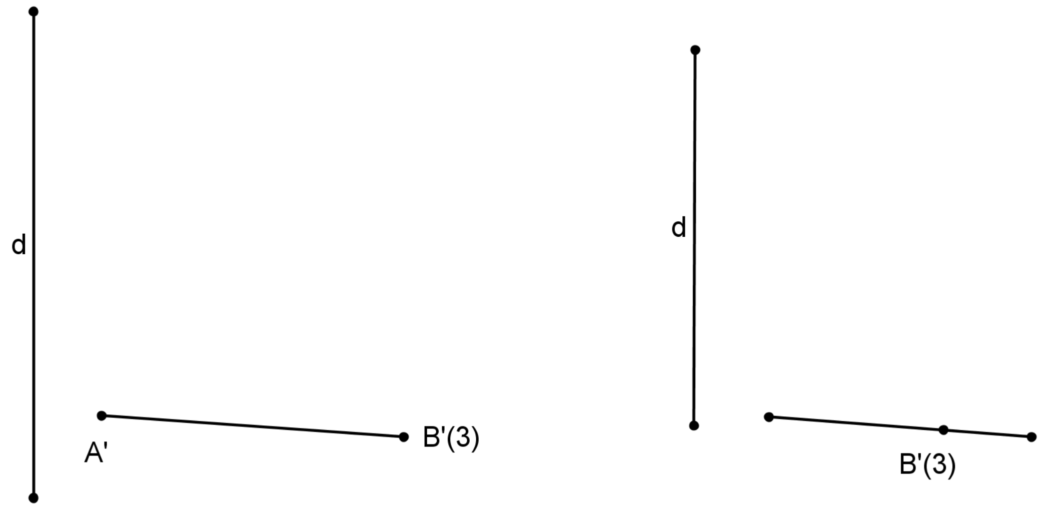
3. **Differenzverfahren (Grundkonstruktion, 2. Teil)**
   Bestimme den Abstand der Punkte:



. . . .

. . . .

4. **Umgekehrte Aufgabenstellung**
   Von einer Strecke kennt man den Grundriss, die z-Koordinate eines Punktes und die Länge der Strecke.
   Bestimme die fehlenden z-Koordinaten der Endpunkte der Strecke.



. . . .

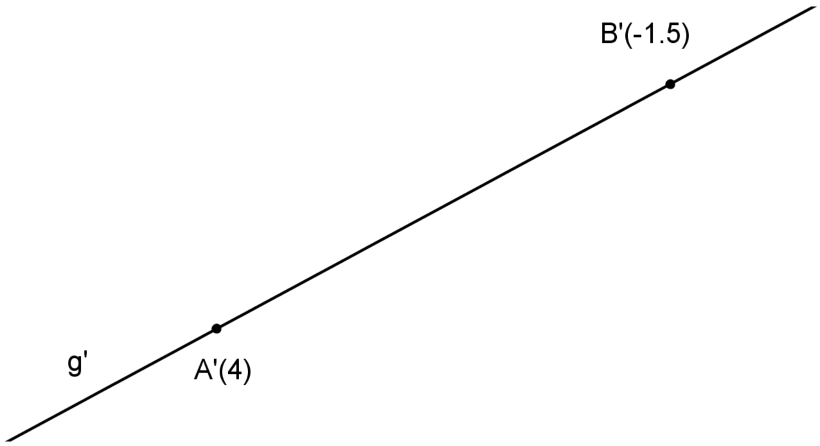
. . . .

5. **Geraden**

   Da eine Gerade (normalerweise) durch zwei Punkte vorgegeben wird, erhalten wir mit den bisherigen Kenntnissen auch zwei Grundkonstruktionen für Geraden.

6. **Spurpunkt**

   In welchem Punkt durchstösst die Gerade $g = AB$ die Grundrissebene π_1?



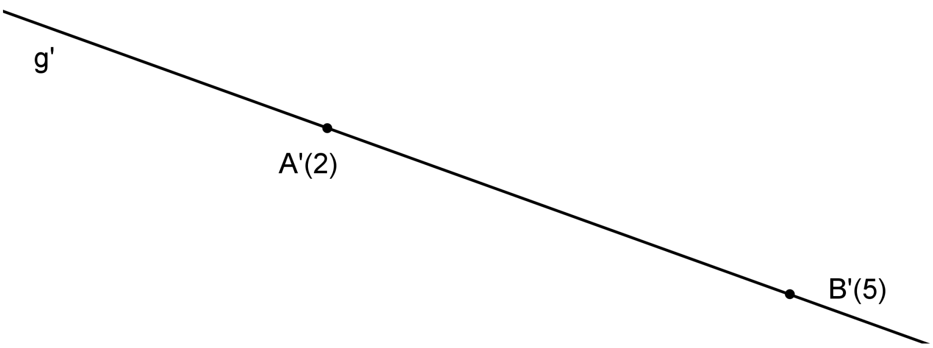
Das Beispiel zeigt, dass man eine Gerade auch durch Riss und Umlegung vorgeben kann,

. . . .

. . . .

7. **Neigungswinkel**

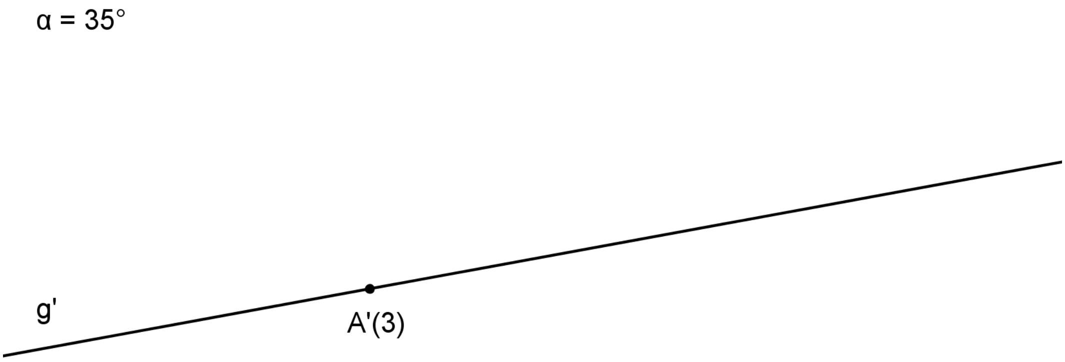
   Der Neigungswinkel einer Geraden ist der Winkel zwischen der Geraden und der Rissebene.



Im Einstiegsbeispiel (Blick vom Blasenberg auf Zug) haben wir auch bereits einen Neigungswinkel konstruiert.

8. **Umgekehrte Aufgabenstellung**

   Von einer Geraden kennt man den Grundriss, einen Punkt und den Neigungswinkel. Wo liegt der Spurpunkt dieser Geraden?



9. **Zwei Geraden**

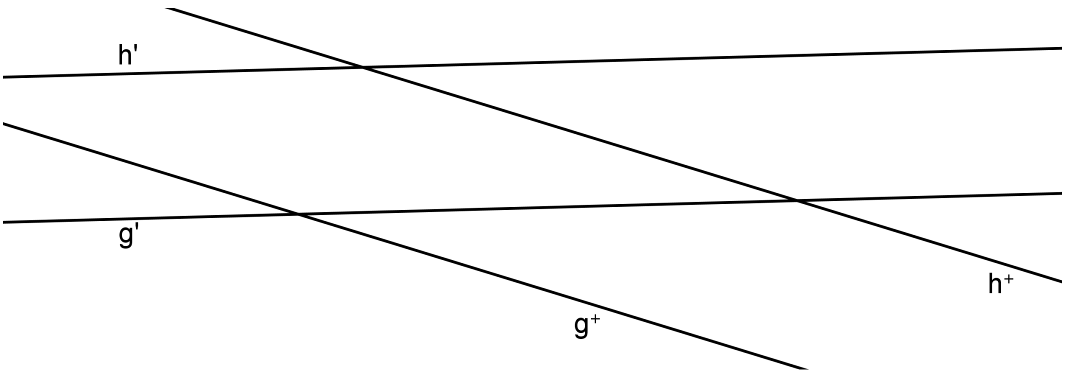
   Für die gegenseitige Lage zweier Geraden im Raum gibt es mehrere Möglichkeiten:

   ....

   ....

10. **Parallelen**

    Sind die beiden Geraden parallel?

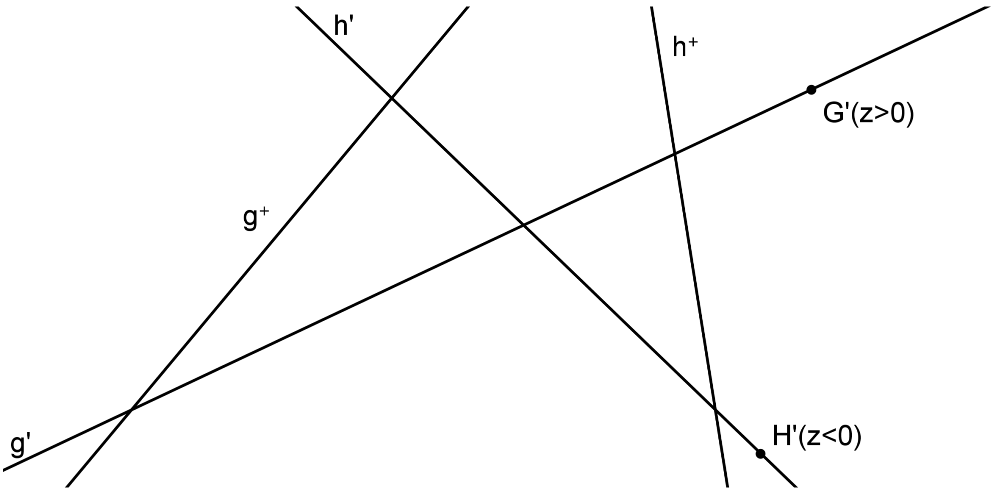


Wir halten fest: ....

....

11. **Konstruktion**
Konstruiere die Parallele zu AB durch C. Bestimme den Spurpunkt der Parallelen.

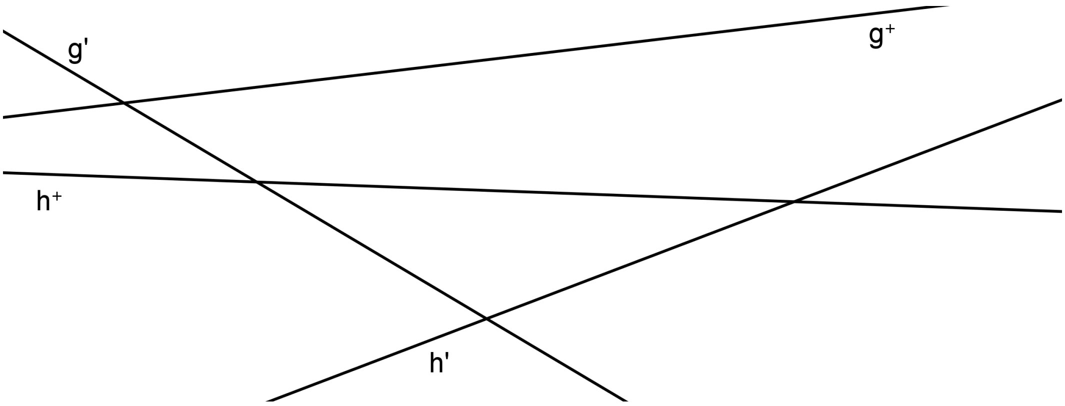
12. **Schneidende Geraden**
Weise nach, dass sich die beiden Geraden schneiden.



Wir halten fest: ....

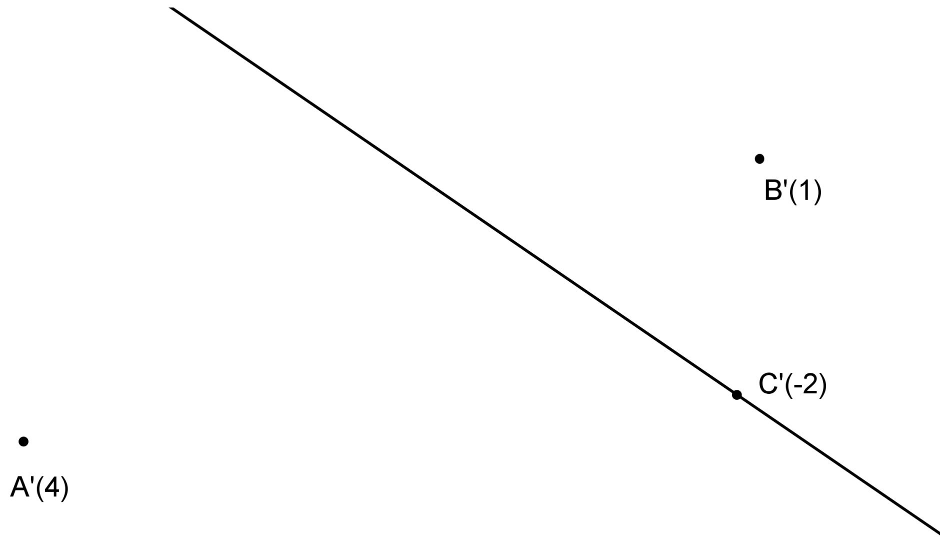
....

13. **Windschiefe Geraden**
Diese beiden Geraden sind sicher windschief zueinander. (Weshalb?)



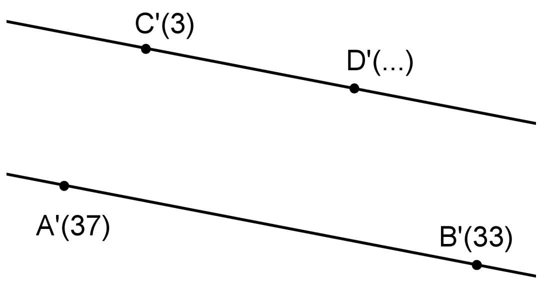
14. **Konstruktion**

Bestimme den Spurpunkt der Geraden durch C so, dass sich die Geraden schneiden.



Konstruktion

Bestimme die fehlende z-Koordinate von D so, dass AB und CD parallel sind.



Die Vorgabe kann auch sinngemäss auf ein Blatt übertragen werden.

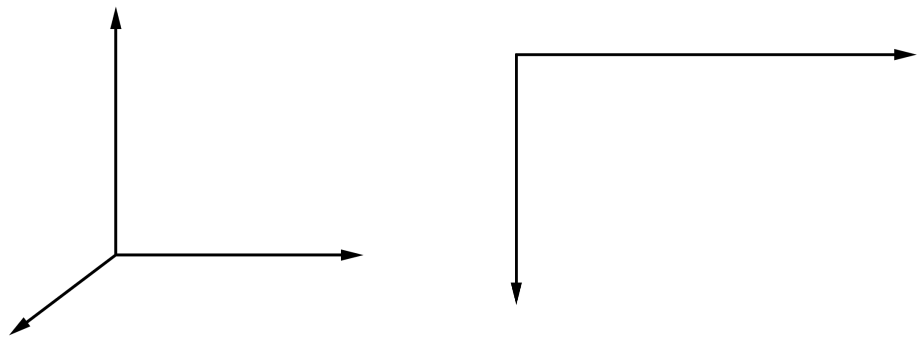
2.3. Ebenen

1. **Bemerkung**

   Eine Ebene kann man auf viele verschiedene Arten vorgeben. In diesem Kapitel wird eine Ebene meistens durch 3 Punkte (die nicht auf *einer* Geraden liegen) oder eine Gerade und einen Punkt (der nicht auf der Geraden liegt) festgelegt.

2. **Spur**

   Eine Ebene sei gegeben. Um diese Ebene anschaulicher zu machen, konstruiert man die Spur (auch als Spurgerade bezeichnet) dieser Ebene.



   ....

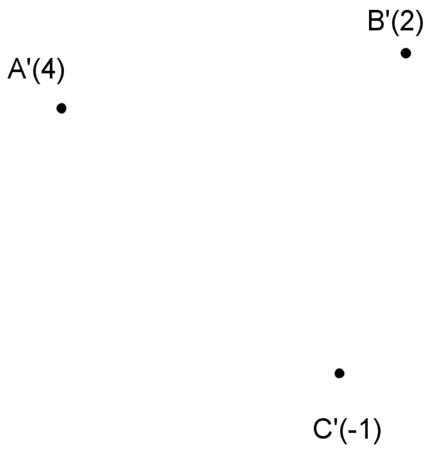
   ....

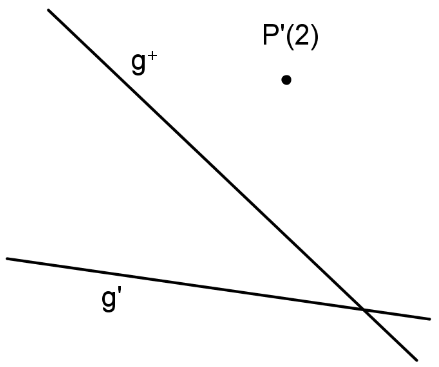
3. **Grundkonstruktion**

   Bestimme die Spur der durch die Punkte A, B und C festgelegten Ebene.

4. **Übungen**

Konstruiere die Spur. In der Situation rechts ist die Ebene gegeben durch den Punkt P und die Gerade g.





5. **Hauptgeraden**

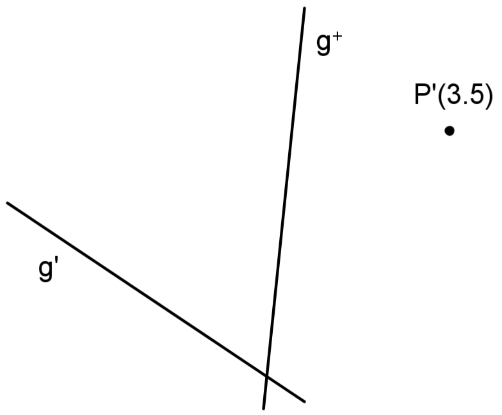
Manchmal ist die Spur einer Ebene nicht (oder nur ungünstig) erreichbar. Man kann auch mit Hauptgeraden arbeiten.

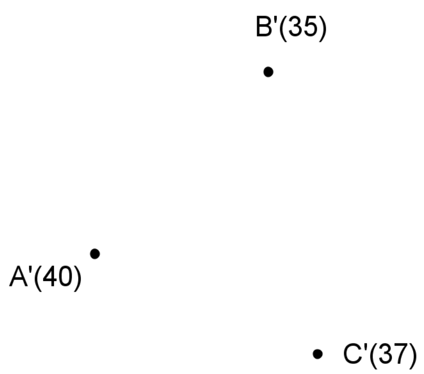
....

....

a) Konstruiere die Hauptgerade durch P in der Situation links.

b) Konstruiere die Hauptgerade durch C in der Situation rechts.



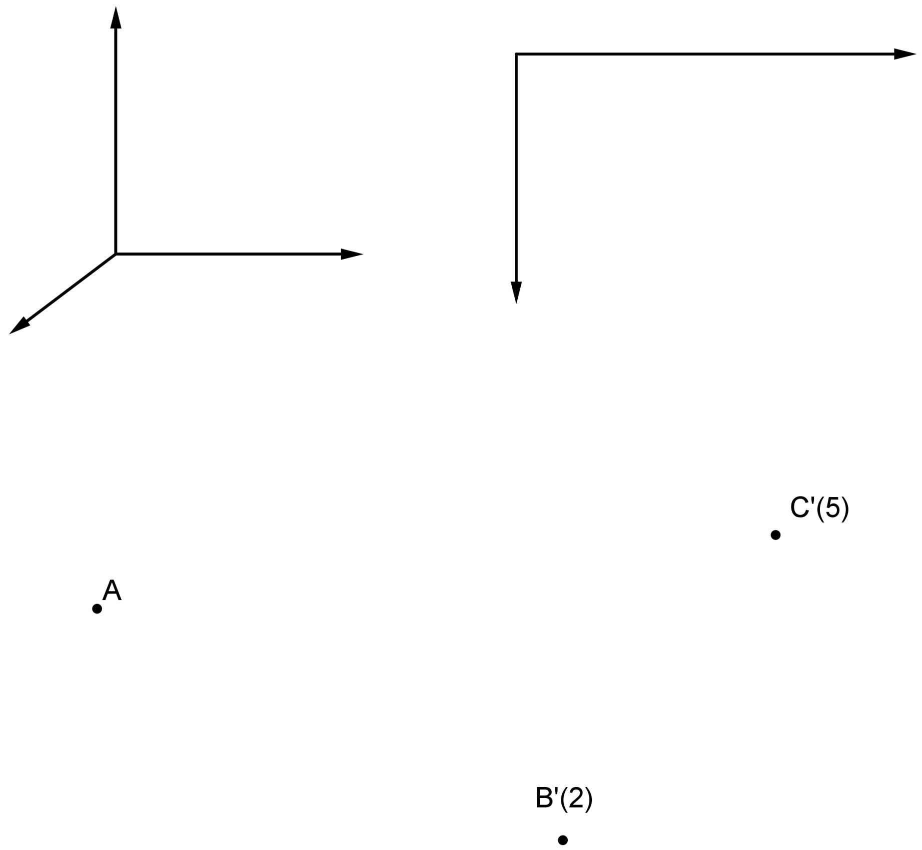


Praktische Bedeutung: ....

....

6. **Fallgeraden**

Die in einer Ebene liegenden Geraden, welche zu den Hauptgeraden senkrecht stehen, heissen Fallgeraden.



Praktische Bedeutung: ....

....

7. **Definition**

Der Neigungswinkel einer Ebene ....

....

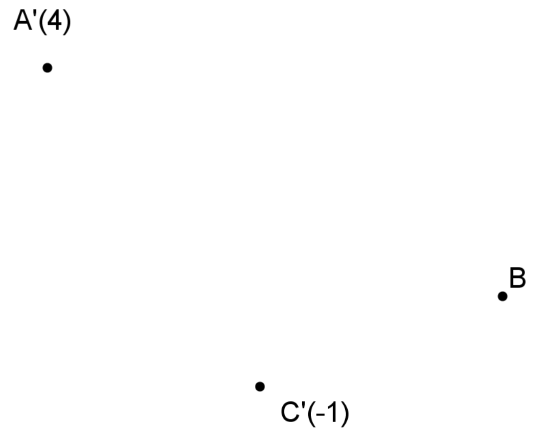
....

....

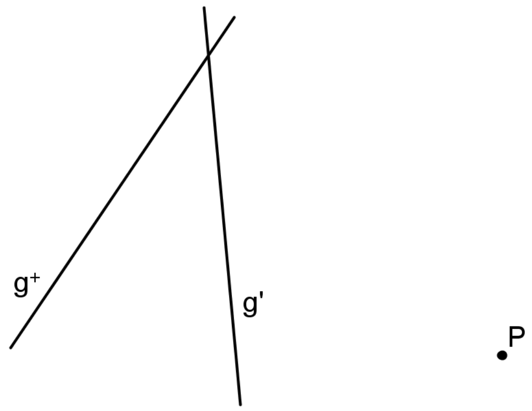
....

8. **Übungen**

a) Die Ebene ist gegeben durch A, B und C. Konstruiere deren Neigungswinkel.

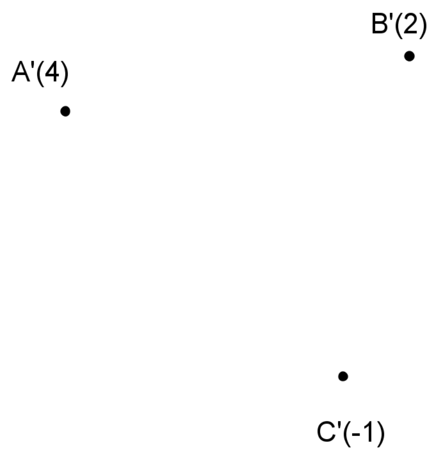


b) Ebenso. Die Ebene ist gegeben durch P und g.

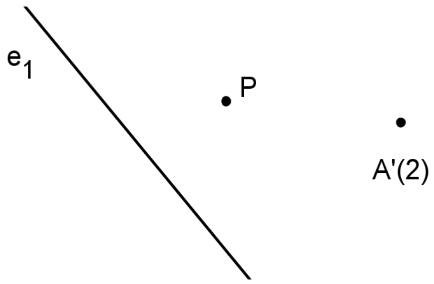


Lernkontrolle

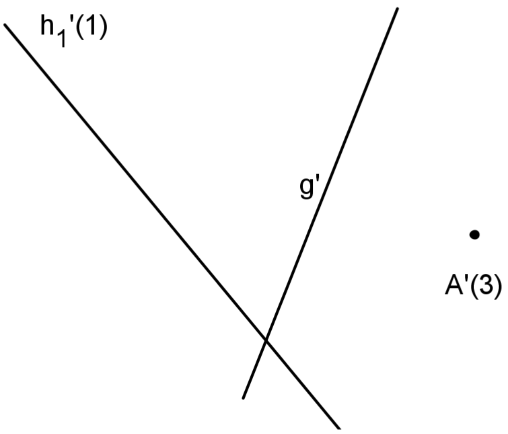
Bestimme den Neigungswinkel dieser Ebene



9. **Anwendung**
   Bestimme die fehlende z-Koordinate von P so, dass P in der Ebene liegt.

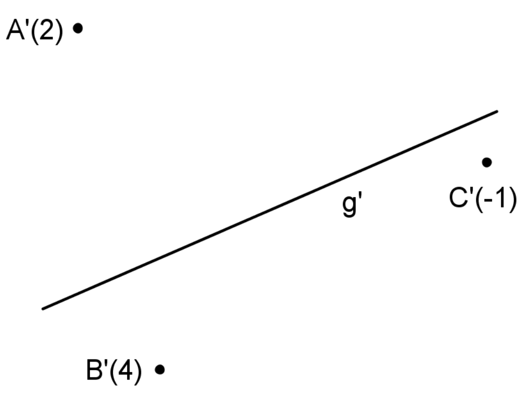


10. **Anwendung**
    Bestimme die Gerade g so, dass sie in der Ebene liegt.



Übung

g liegt in der durch A, B und C gegebenen Ebene. Konstruiere g^+.



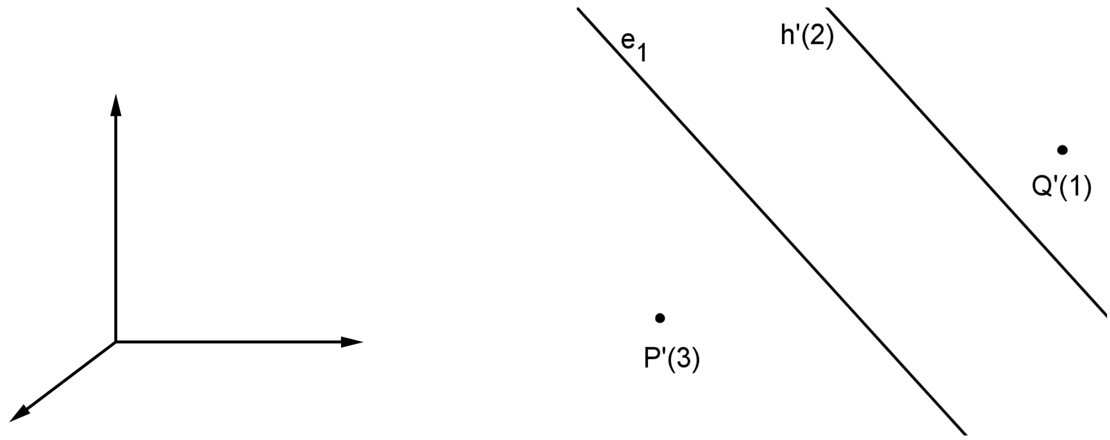
2.4. Schnittpunkte, Schnittgeraden

1. **Schnittpunkt einer Geraden mit einer Ebene**
   Für diese Konstruktion verwenden wir folgende Idee:

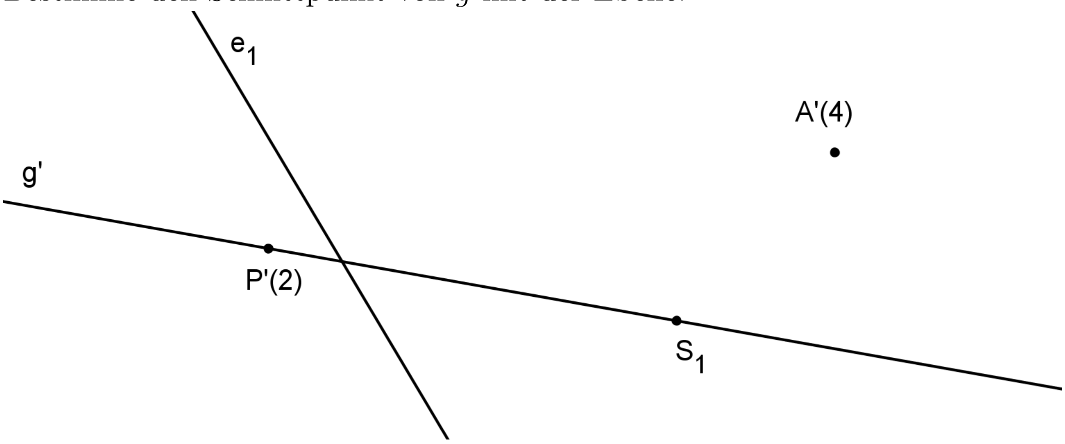
   ....

   ....

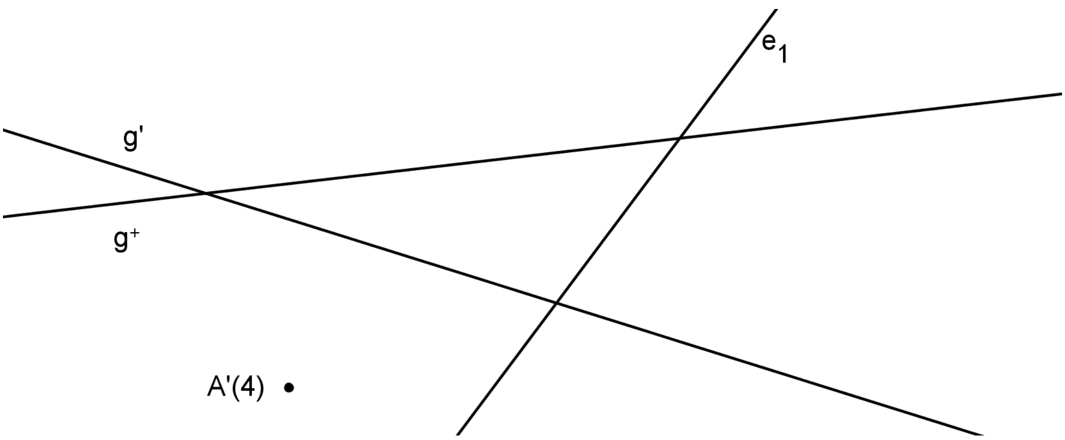
   ....



2. **Übungen**
   a) Bestimme den Schnittpunkt von g mit der Ebene.



   b) Ebenso:



3. **Schnittgerade zweier Ebenen**

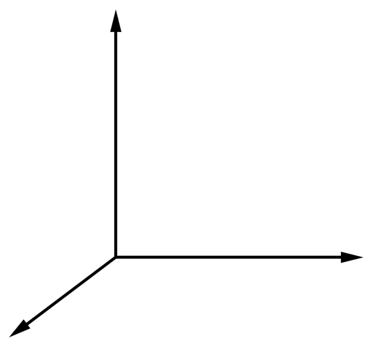
Für diese Konstruktion verwenden wir folgende Idee:

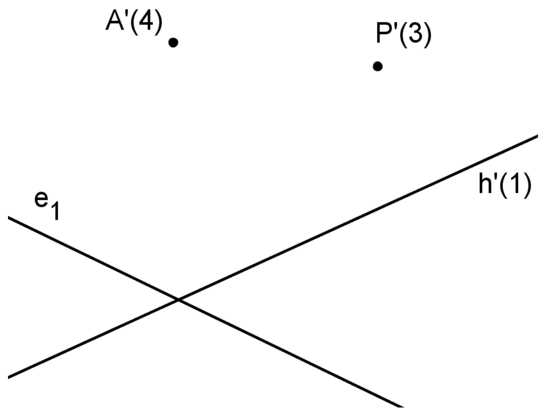
. . . .

. . . .

. . . .

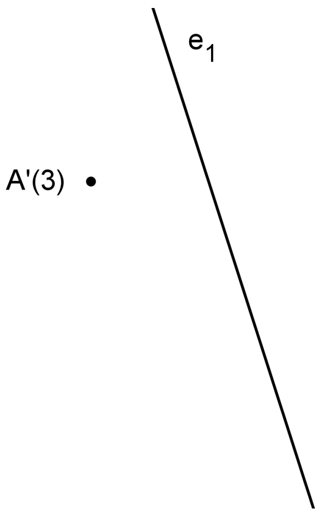
Die erste Ebene ist gegeben durch ihre Spur und den Punkt A, die zweite Ebene durch die Hauptgerade und den Punkt P.

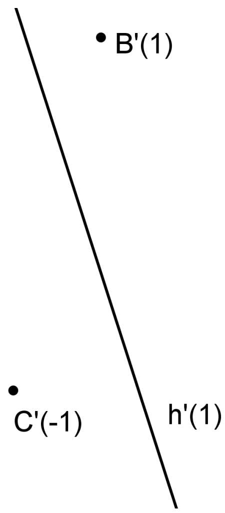




4. **Übung**

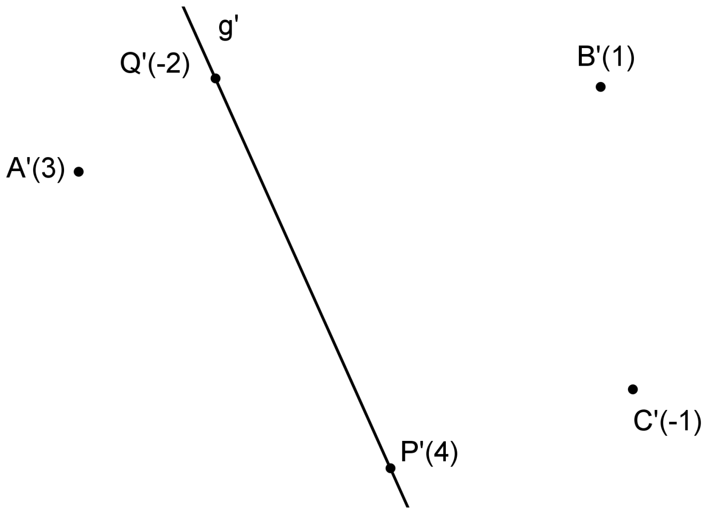
ε_1 ist gegeben durch e_1 und h, ε_2 durch A, B und C.

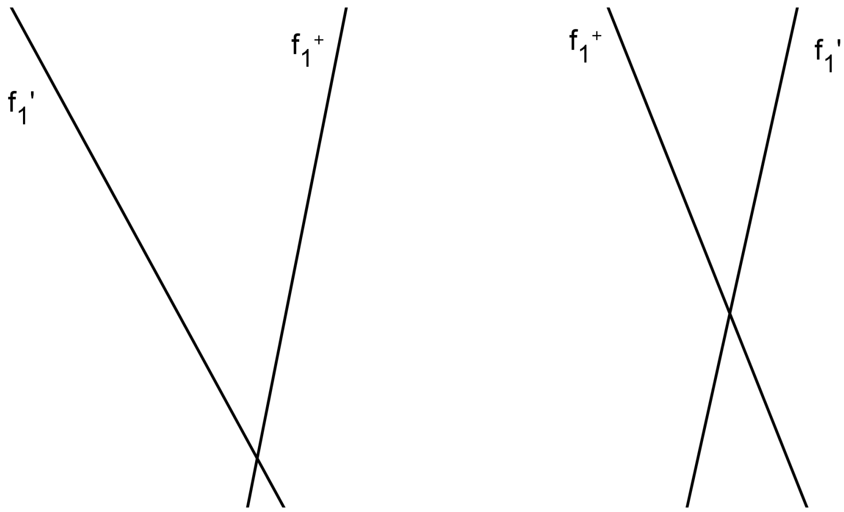




Lernkontrolle

In der oberen Figur ist der Durchstosspunkt der Geraden g durch die Ebene ABC gesucht, in der unteren Figur die Schnittgerade der beiden Ebenen, von denen man je eine Fallgerade kennt.





2.5. Wahre Grösse einer ebenen Figur

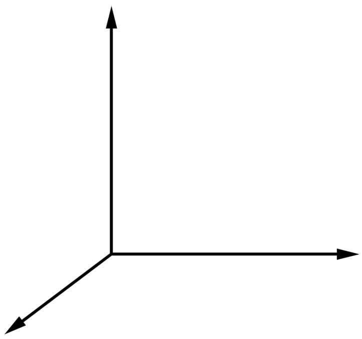
1. **Umklappen einer Ebene**

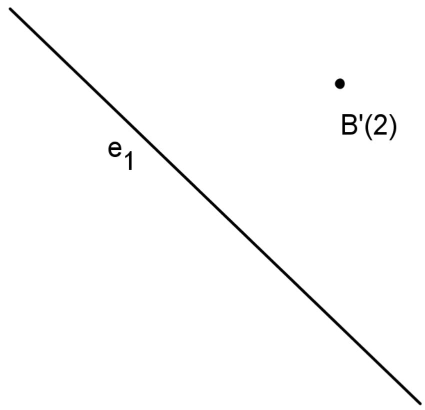
   Wenn man die wahre Grösse einer ebenen Figur bestimmen will, dann muss man die Ebene umklappen. Man dreht die Ebene so, dass das Bild nach dem Umklappen in π_1 (oder in einer beliebigen Hauptebene) liegt.

   ....

   ....

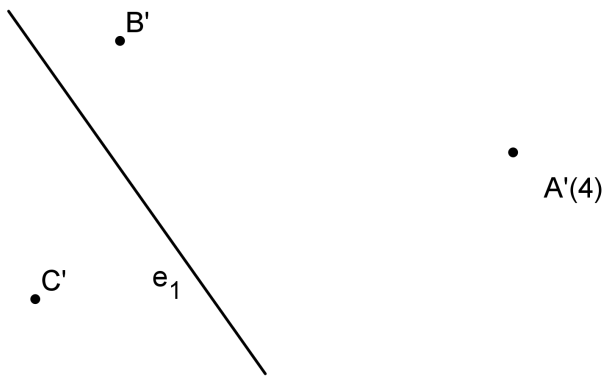
   ....





2. **Grundkonstruktion**

   Die Punkte A, B und C liegen in der Ebene mit Spur e_1. Klappe die Punkte A und B um.



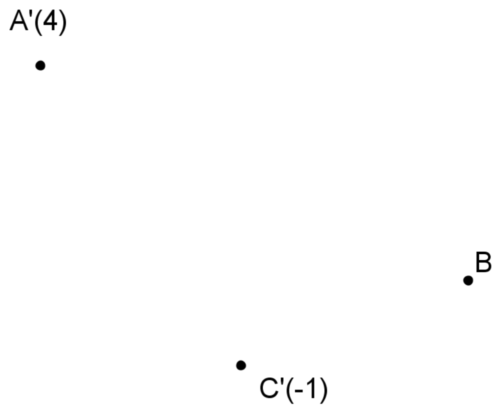
   Beachte: ....

   ....

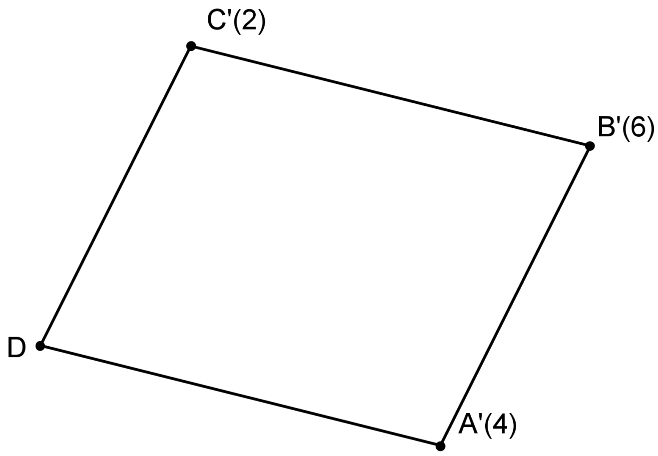
   ....

3. **Grösse eines Winkels**
Konstruiere die Grösse des Winkels α.

4. **Wahre Grösse eines Dreiecks**
Konstruiere die Grösse dieses Dreiecks und darin die Länge der Höhe h_c.

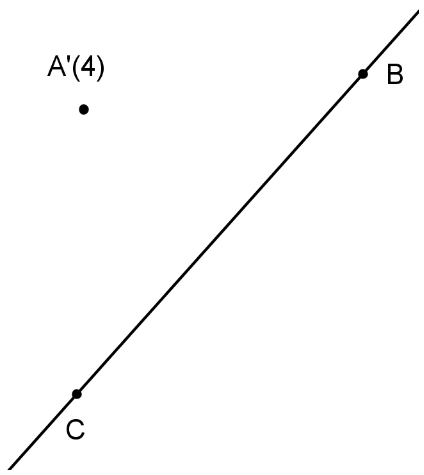


5. **Parallelogramm**
   Welche wahre Gestalt hat das gegebene Parallelogramm?



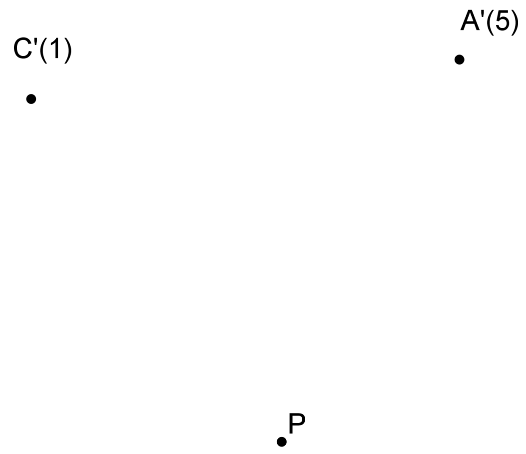
Winkel

Wie gross ist α?



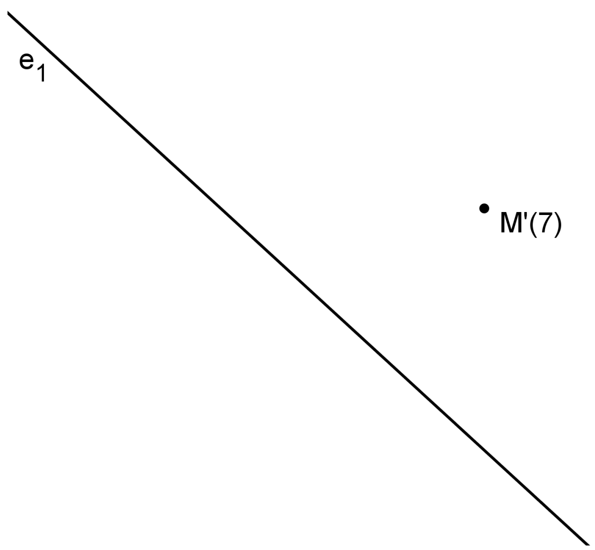
6. **Kleine Knacknuss**

   Gegeben ist die Diagonale AC eines Quadrates sowie ein Punkt P der Spur der Ebene, in welcher das Quadrat liegt. Konstruiere das Quadrat und seinen Grundriss.



7. **Kreis**

   Vom Kreis k kennt man das Zentrum, den Radius $r = 4\,\text{cm}$ und die Spur der Ebene, in welcher der Kreis liegt. Stelle k' dar.



2.6. Abstände und Zwischenwinkel

1. **Bemerkung**

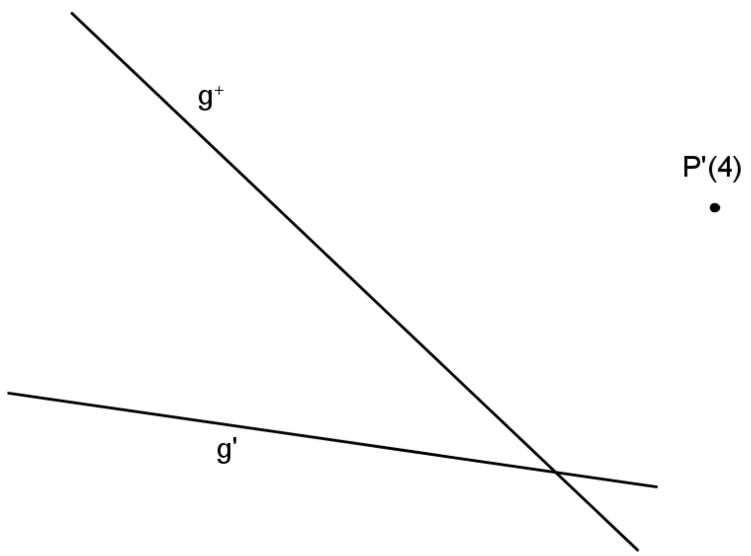
   Beinahe alle möglichen räumlichen Aufgaben zu Abständen und Zwischenwinkeln lassen sich mit Hilfe der in den vorangehenden Kapiteln erarbeiteten Grundkonstruktionen lösen. Einige davon behandeln wir in diesem Kapitel.
   Bereits gelöst ist der Abstand zweier Punkte.

2. **Abstand eines Punktes von einer Geraden**

   Lösungsidee: ....

   ....

   ....



3. **Bemerkung**

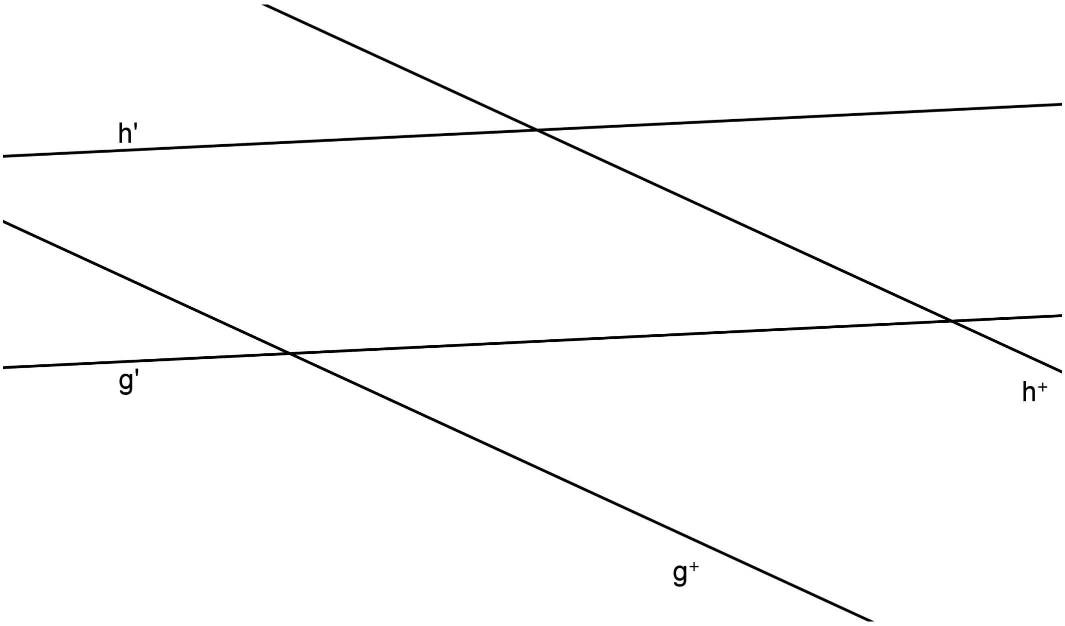
   ....

   ....

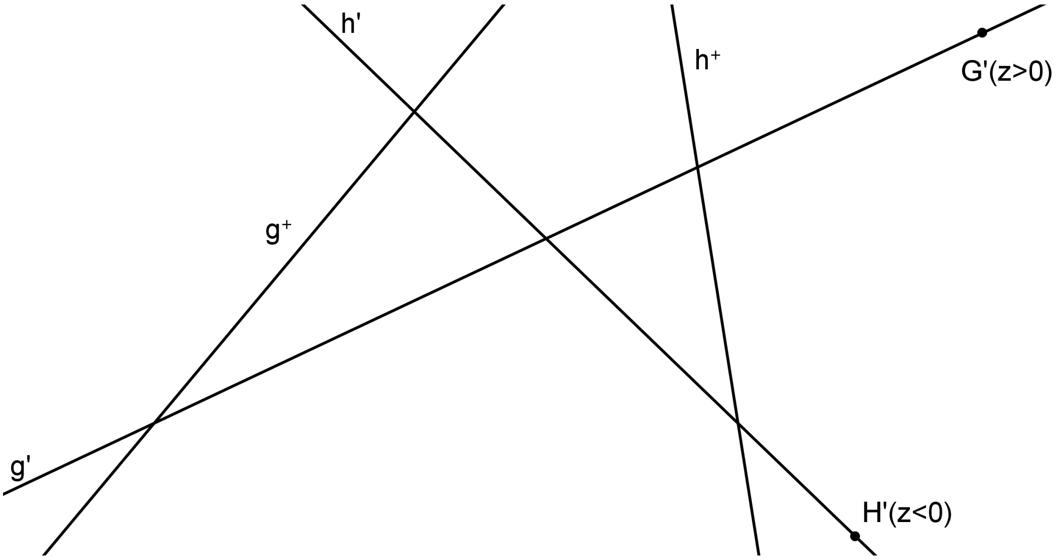
   ....

   ....

4. Abstand zweier Parallelen



5. Zwei sich schneidende Geraden

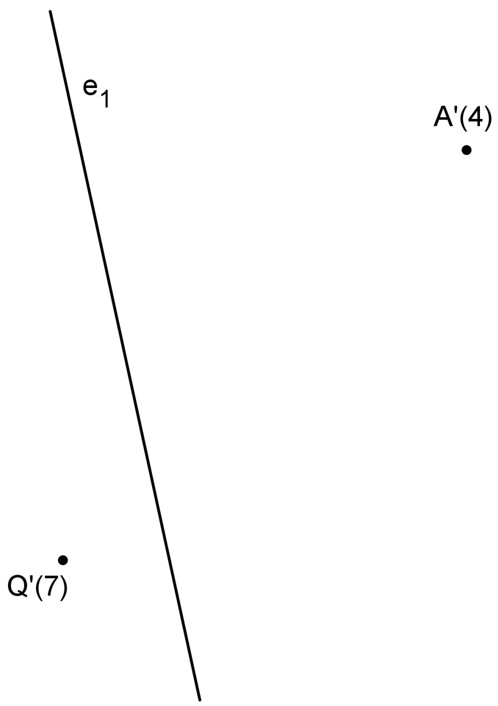


6. **Abstand eines Punktes von einer Ebene**

Lösungsidee: ....

....

....



7. **Bemerkungen**

Aussagen über das Lot auf eine Ebene: ....

....

....

....

> **Übung**
> Man gebe sich eine Ebene ε vor (möglichst einfach, beispielsweise durch die Spur und einen Punkt $A'(5)$ in etwa 3 cm Abstand zur Spur). Konstruiere den Spurpunkt der Geraden, welche senkrecht zu ε steht und durch A geht.