

3. Abstände und Zwischenwinkel

3.1. Die 10 Grundaufgaben

1. Abstand eines Punktes zu ...

Gegeben ist der Punkt $A(4|1| - 3)$. Bestimme seinen Abstand

- zu $B(6|12|7)$
- zu $\varepsilon : x + 4y + 8z - 2 = 0$
- zu $g : (5|3|8) \quad (10|1|12)$

2. Gerade und Ebene

Bestimme Schnittpunkt und Schnittwinkel von g mit ε .

- $g : A(8|8|2) \quad B(9|10|4)$, $\varepsilon : 2x - y + 2z + 4 = 0$
- $g : A(4|1|2) \quad B(1|2|0)$, $\varepsilon : x + 3y - 2z + 10 = 0$
- $g : A(3|0|0) \quad B(5|1|5)$, $\varepsilon : 2x + y - z - 3 = 0$

3. Zwei Geraden

Gegeben sind zwei Geraden. Bestimme deren gegenseitige Lage. Wenn sie parallel oder windschief sind, dann bestimme deren Abstand, wenn sie sich schneiden, dann bestimme Schnittpunkt und Zwischenwinkel. (Zusatz: Bestimme auch die Koordinaten der beiden Lotfußpunkte, wenn die Geraden windschief sind.)

- $g : (12|1|2) \quad (13|5|5)$, $h : (-2| - 10|0) \quad (2| - 12| - 4)$
- $g : (10|5|2) \quad (13|7|3)$, $h : (-10|12| - 1) \quad (-6|10|5)$
- $g : (6| - 10|24) \quad (4| - 4|21)$, $h : (14| - 4|3) \quad (7|2|9)$
- $g : (-1|3|4) \quad (2|1|4)$, $h : (1|8| - 1) \quad (4|4| - 2)$
- $g : (2|2|3) \quad (0|2|4)$, $h : (1|4|6) \quad (3|4|5)$

4. Zwei Ebenen

Bestimme Schnittgerade und Zwischenwinkel der beiden Ebenen

- $\varepsilon_1 : 2x + y + z - 7 = 0$ und $\varepsilon_2 : 3x - y + z - 3 = 0$
- $\varepsilon_1 : 2x + y + z - 7 = 0$ und $\varepsilon_3 : 3x - 7y + z - 2 = 0$

5. Parallele Ebenen

Bestimme den Abstand der beiden parallelen Ebenen

$$\varepsilon_1 : 3x - 2y + 6z - 1 = 0 \quad \text{und} \quad \varepsilon_2 : 3x - 2y + 6z + 12 = 0$$

6. Zweimal parallel (Aus einer Prüfung)

- Zeige, dass g und h parallel sind und berechne ihren Abstand.
 $g : (3|1| - 7) \quad (4|2| - 6)$, $h : (7|2| - 3) \quad (11|6|1)$.
- Zeige, dass ε_1 und ε_2 parallel sind und berechne ihren Abstand.
 $\varepsilon_1 : 4x - 8y + z - 7 = 0$, $\varepsilon_2 : 8x - 16y + 2z - 29 = 0$.

3.2. Angewandte Aufgaben

1. Punkte mit vorgegebenem Abstand

Gegeben ist die Gerade $h: (4|2| -7) (6|3| -4)$.

- Welche Punkte auf h haben zur Ebene $2x - y - 2z - 2 = 0$ Abstand 3?
(Bestimme alle Lösungen.)
- Welche Punkte auf h haben zum Punkt $P(2|8| -3)$ Abstand $7 \cdot \sqrt{2}$?

2. Parallelebenen

Bestimme die Ebenen, welche zu $10x - 2y + 11z - 1 = 0$ parallel liegen und zu dieser Ebene Abstand 1 haben.

3. Zwei fast gleiche Texte

- Die Gerade $g: (4|1| -3) (3|4|2)$ soll zur Ebene $2x - 5y - t \cdot z + 12 = 0$ parallel liegen. Wie gross ist t ?
- Die Gerade $g: (4|1| -3) (3|4|2)$ soll die Ebene $2x - 5y - t \cdot z + 12 = 0$ im Winkel $\alpha = 45^\circ$ schneiden. Wie gross ist t ?

4. Zwei Ebenen

Für welche Werte von t beträgt der Winkel zwischen den beiden Ebenen $3x - t \cdot y + z - 1 = 0$ und $2x + 3y + t \cdot z = 0$ genau 60° ?

5. Parallele

Gesucht ist die Gerade durch $P(3|4|2)$, welche zu den beiden Ebenen $4x - y + 2z = 0$ und $5x + y - z + 6 = 0$ parallel liegt.

6. Drei Ebenen

Gegeben sind drei Ebenen: $3x + y + z - 7 = 0$, $x + 5y - 2z - 7 = 0$, $2x + 4y - z - 8 = 0$.
Weise nach, dass sich die drei Ebenen in *einer* Geraden schneiden.

7. Winkel

Gegeben sind die Punkte $A(3| -1|5)$ und $B(6| -2|3)$.

Der Punkt C liegt auf der x -Achse.

Die Geraden $g = AB$ und $h = AC$ sollen einen Winkel von 30° einschliessen. Bestimme die Koordinaten von C .

8. Zwei Ebenen (Aus einer Prüfung)

Gegeben sind die Ebenen $\varepsilon_1: 2x - y + 4z - 10 = 0$ und $\varepsilon_2: x + 2y - 3z + 5 = 0$.

- Bestimme die Schnittgerade (Parametergleichung) und den spitzen Zwischenwinkel der beiden Ebenen ε_1 und ε_2 .
- Gesucht ist die Koordinatengleichung einer dritten Ebene ε_3 , welche sowohl zu ε_1 als auch zu ε_2 senkrecht steht und durch den Punkt $(4|3|7)$ geht.