3. Binomialverteilung

1. **Glücksrad**

   Ein Glücksrad zeige die Zahl **1** mit Wahrscheinlichkeit p und **0** mit Wahrscheinlichkeit $q = 1 - p$. Die Zufallsgrösse X bezeichne die bei einer Drehung erhaltene Zahl. Berechne $E(X)$ und $V(X)$.

2. **Mehrstufige Versuche**

   Das Glücksrad aus Aufgabe 1 wird n Mal gedreht. Die Zufallsgrösse X gibt die Summe der erhaltenen Zahlen wieder.

Eine Zufallsgrösse ist binomialverteilt, wenn man n *identische*, *unabhängige* Versuchsstufen hat und es für die einzelnen Versuchsstufen stets um **Treffer** oder **Nicht-Treffer** (beispielsweise **Sechser** oder **Nicht-Sechser** beim Würfeln) geht.
Beispiele für binomialverteilte Zufallsgrössen: Anzahl der erhaltenen **Zahl** beim Münzwurf, Anzahl **Sechser** beim Würfeln, Anzahl **Herz** beim Ziehen einer Karte mit Zurücklegen.
Ein Ziehen ohne Zurücklegen liefert keine Binomialverteilung.

3. **Musterbeispiel**
Ein Würfel wird 135 Mal geworfen. X bezeichnet die Anzahl geworfener Sechser.

a) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass $X = 20$?
b) Wie gross ist $E(X)$ und $V(X)$?
c) Welche Anzahl Sechser ist am wahrscheinlichsten?
d) Mit welcher Wahrscheinlichkeit wirft man höchstens 18 Sechser?
e) Was kann man über einen Würfel statistisch aussagen, wenn der Würfel in 135 Würfen nur 15 Sechser zeigt?

4. **Unbekannte Wahrscheinlichkeit**
   Ein Glücksrad zeigt **1** mit Wahrscheinlichkeit p. Die Wahrscheinlichkeit für genau drei Einsen in 12 Drehungen sei gleich gross wie die Wahrscheinlichkeit für genau fünf Einsen (ebenfalls in 12 Drehungen).
   Bestimme p.

5. **Maximale Gewinn-Wahrscheinlichkeit**
   Ein Glücksrad zeigt **1** mit Wahrscheinlichkeit p. Das Rad wird fünfmal gedreht. Wenn in diesen fünf Drehungen *genau* drei Einsen erscheinen, gewinnt man einen Preis. Für welchen Wert von p ist die Gewinn-Wahrscheinlichkeit am grössten?

Lernkontrolle
Welche Anzahl Sechser ist am wahrscheinlichsten, wenn man einen Würfel 35 Mal wirft?